

Exercice 1

Répondre par vrai ou faux :

1. Si A, B et C sont trois points non alignés de l'espace alors : $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \vec{BC} \wedge \vec{BA}$.
2. Une primitive de $f(x) = \sin x \cos x$ sur \mathbb{R} est $F(x) = \frac{1}{2} \sin^2 x$
3. $A(1, 3); B(0, 2)$ si la droite (AB) est une asymptote à la courbe d'une fonction f au voisinage de $-\infty$ alors : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right) = 1$
4. Si $\int_a^b f(x) dx = 0$ alors $f(x) = 0$ sur $[a, b]$.

Exercice 2

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On donne les points $A(1, 0, -1), B(-2, -2, 1), C(3, 2, -2)$ et $D(2, 0, 4)$

1. (a) Déterminer les composantes du vecteur $\vec{AC} \wedge \vec{AB}$.
 (b) En déduire que les points A, B et C déterminent un plan.
 (c) Calculer l'aire \tilde{A} du triangle CBA , déduire la distance du point B à la droite (AC) .
2. (a) Montrer que les points D, C, B et A ne sont pas coplanaires.
 (b) Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$.
3. Soit le point $E(x+1, 6, 2-x)$ où $x \in \mathbb{R}$
 (a) Montre que la droite (DE) est parallèle au plan (ABC) .
 (b) Déterminer x pour que la droite (DE) soit parallèle à la droite (AB) .

Exercice 3

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{2x^3 + 27}{2x^2}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Etudier la continuité et la dérivabilité de f sur son ensemble de définition.
2. Montrer que la (O, \vec{j}) est une asymptote à la courbe de f .
3. Calculer $f'(x)$ et compléter le tableau de variations suivant :
4. Montrer que la droite Δ d'équation $y = x$ est une asymptote à C_f au voisinage de $\pm\infty$ et étudier la position de C_f par rapport à Δ .
5. Tracer la courbe C_f .
6. Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C_f , la droite Δ et les droites d'équations $x = 3$ et $x = 4$.

Exercice 4

Soit la suite définie sur \mathbb{N}^* par $U_n = \int_0^1 \frac{x^n}{\sqrt{1+x^2}} dx$.

1. Calculer U_1 .
2. Montrer que $0 \leq U_n \leq \frac{1}{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
3. Dédire $\lim U_n$.