Lycée Takelsa	**Epreuve :Mathématiques**
Prof : Ziadi Mourad	**Classe : 4ème Sc.Exp 2**
Devoir de Contrôle N :2	**Date : 10/02/2015 - Durée : 2h**

Exercice N : 1 (03pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On donne les points A(1,0,0) ; B(1,−2, 0) et C (3,1,1).

Répondre par « Vrai » ou « Faux » <u>en justifiant la réponse .</u>

1) La distance du point A à la droite (BC) est égale à $\sqrt{\frac{10}{7}}$.
2) Le volume de parallélépipède d'arêtes [OA] ; [OB] et [OC] est égal à $\frac{1}{3}$.
3) La droite Δ dont la représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 3+\alpha \\ y = 0 \\ z = 1-2\alpha \end{cases}$; $\alpha \in \mathbb{R}$ est perpendiculaire au plan (ABC).

Exercice N : 2 (06pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ .On considère les points A (2,−1 ,1) ; $B(1,-2,-1)$;

$C(-1,1,3)$ et $D(0,1,-1)$.

1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.
   b) En déduire que les points A,B et C ne sont pas alignés.
   c) Montrer que les points A, B,C et D ne sont pas coplanaires.

2) a) Calculer l'aire du triangle ABC.

   b) Montrer que le volume du tétraèdre ABCD est égal à $\frac{11}{3}$.

   c) En déduire la distance du point D au plan (ABC) .

   d) Déterminer l'ensemble des points M de l'espace tel que $(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MD}) \wedge \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

Exercice N :3 (05pts)

Soit f la fonction définie sur $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$ par : $f(x) = 1 + \sin(\pi x)$ .On désigne par ξ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur [0,2].

   b) La fonction f^{-1} est –elle dérivable à droite en 0 ? à gauche en 2 ?

   c) Montrer que f^{-1} est dérivable sur]0,2[et que pour tout $x \in]0,2[$: $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{2x-x^2}}$.

2) Soit la fonction définie sur [0,2] par :$g(x) = f^{-1}(2-x) + f^{-1}(x)$.

   a) Montrer que g est dérivable sur]0,2[et calculer $g'(x)$ pour tout $\in]0,2[$.

   b) Calculer $g(1)$ .En déduire que pour tout $\in [0,2]$, on a : $f^{-1}(2-x) + f^{-1}(x) = 0$. **(I)**

   c) Interpréter graphiquement le résultat (**I**) .

Exercice N : 4 (06pts)

Soit la fonction f définie sur $[1,+\infty[$ par : $f(x)=1+\sqrt{x^2-1}$ .On désigne par Cf sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1. Interpréter graphiquement ce résultat.
   b) Dresser le tableau de variation de .

2) a) Montrer que la droite D : $y=x+1$ est une asymptote oblique à Cf au voisinage de $+\infty$.

   b) Etudier la position relative de la courbe Cf par rapport à son asymptote D.

   c) Tracer la courbe Cf .

3) a) Montrer que f réalise une bijection de $[1,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera. (On note f^{-1} sa fonction réciproque).

   b) Calculer $f(\sqrt{2})$ puis $(f^{-1})'(2)$.

   c) Montrer que pour tout $x\in$ J on a : $f^{-1}(x)=\sqrt{x^2-2x+2}$.

   d) Tracer Cf^{-1} la courbe de f^{-1} dans le même repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

4) On considère la fonction g définie sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ par : $g(x)=f(\frac{1}{\cos x})$.

   a) Montrer que pour tout $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ on a : $g(x)=1+tanx$.

   b) Montrer que g réalise une bijection de $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ sur $[1,+\infty[$. (On note g^{-1} sa fonction réciproque.)

   c) Montrer que g^{-1} est dérivable sur $[1,+\infty[$, et que $(g^{-1})'(x)=\frac{1}{x^2-2x+2}$ pour tout $\in[1,+\infty[$.

BON TRAVAIL