Lycée Ghannouch	**Devoir de Contrôle n°2**	Prof: **Taieb**
		Durée : **2h**
Le 11/03/2017	(Mathématiques)	**Classe : 4$^{\text{éme}}$ Sexp**

.

Exercice n°1 :(5points)

Un responsable de magasin achète des composants électroniques auprès de trois fournisseurs dans les proportions suivantes :

20 % au premier fournisseur ; 50 % au second fournisseur et le reste au troisième.

La proportion de composants **défectueux** est de 5 % chez le premier fournisseur ; de 2 % chez le second et 3% chez le troisième. On note :

- ✓ D l'évènement « le composant est défectueux » ;
- ✓ F1 l'évènement « le composant provient du premier fournisseur » ;
- ✓ F2 l'évènement « le composant provient du second fournisseur ».
- ✓ F3 l'évènement « le composant provient du troisième fournisseur ».

1) a)Dessiner un arbre pondéré.

b) Calculer p $(D\cap F_1)$,

c) Montrer que p(D)= 0,029

d) Sachant qu'un composant est défectueux, quelle est la probabilité qu'il provienne du premier fournisseur ?

2) Le responsable commande 10 composants. Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de composants défectueux

a) Déterminer la loi de probabilité de X

b) Déterminer l'espérance et la variance de X

c) Quelle est la probabilité que deux d'entre eux soient défectueux ?

Exercice n°2 :(7points)

A) On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par : g(x) = x^2 -2ln(x)

1- Dresser le tableau de variation de g

2- En déduire que $g(x) \succ 0 \quad \forall x \in]0,+\infty[$

B) On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{x}{2}+\dfrac{1+\ln(x)}{x}$

On appelle (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$ **(unité 2cm)**

1-Déterminer la limite de f à droite en 0 .Interpréter graphiquement le résultat

2-a) Déterminer la limite de f en $+\infty$

b) Montrer que la droite $\Delta : y=\dfrac{x}{2}$ est une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$

c) Déterminer les positons relative de (C) et Δ

3- a) Montrer que $\forall x \in]0,+\infty[\;:\; f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f

Devoir.tn
toutes les matières, tous les niveaux

4-a) Montrer que l'équation f(x) = 0 a une solution unique α sur $]0,+\infty[$

b) Vérifier que $0{,}34 \prec \alpha \prec 0{,}35$

5- Tracer Δ et la courbe (C)

6- Déterminer l'aire en cm² de la partie du plan limité par la courbe (C), la droite Δ et les droites d'équations : x = 1 ; x = e

Exercice n°3 : (3points)

Soit la suite (I_n) définie sur IN par : $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{6}} x^n \sin(3x)\ dx$

1-a) Calculer I_0

b) Montrer a l'aide d'une intégration par partie que pour $I_1 = \frac{1}{9}$

2-a) Montrer que pour tout n ∈ IN, $I_n \geq 0$

b) Montrer que la suite (I_n) est décroissante. En déduire que (I_n) est convergente

3- a) Montrer que pour tout n ∈ IN, $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}\left(\frac{\pi}{6}\right)^{n+1}$

b) Déterminer alors la limite de la suite (I_n)

Exercice n°4: (4points)

On considère la fonction F définie sur [0,1[par : $F(x) = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$

1-Montrer que F est dérivable sur [0,1[et déterminer F'(x)

2-Soit G la fonction définie sur $[0,\frac{\pi}{2}[$ par $G(x) = \int_0^{\sin x} \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$

a) Montrer que G est dérivable sur $[0,\frac{\pi}{2}[$ et déterminer G'(x)

b) En déduire que G(x) = x pour tout x∈ $[0,\frac{\pi}{2}[$

3-Calculer alors $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$ et $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$

Bon Travail

Devoir.tn
toutes les matières, tous les niveaux