

*Lycée Secondaire Elcanal-Bizerte*  
*Devoir de controle n°2*  
*Classe: 4ème science 3 Décembre 2017*  
*Prof: BEN TAHER Makrem*

Exercice N°1 :

L'espace est munie d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , soient les points :  $A(3, 2, 6)$  ;

$B(1, 2, 4)$  et  $C(4, -2, 5)$

- 1/ a/ Montrer que  $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = -8\vec{i} - 4\vec{j} + 8\vec{k}$   
 b/ Dédire que les points A, B et C forment un plan  
 c/ Donner une équation cartésienne du plan  $P = (ABC)$
- 2/ a/ Calculer l'aire du triangle ABC.  
 b/ Déterminer les coordonnées du point D pour que ABDC soit un parallélogramme.  
 c/ En déduire l'aire du parallélogramme ABDC.
- 3/ a/ Montrer que les points O, A, B et C ne sont pas coplanaires.  
 b/ Calculer le volume du tétraèdre OABC.  
 c/ Soit H le projeté orthogonal de O sur le plan (ABC). Dédire la distance OH.

Exercice N°2 :

On considère la fonction f définie sur IR par :  $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{1+x^2}} + 2$ .

1/ a/ Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b/ Montrer que f est dérivable sur IR puis vérifier que  $f'(x) = \frac{3}{(\sqrt{1+x^2})^3}$

c/ Dresser le tableau de variation de f

2/ a/ Montrer que f réalise une bijection de IR sur un intervalle J que l'on précisera.

b/ Montrer que  $f^{-1}$  est dérivable pour tout x de J puis calculer  $(f^{-1})'(2)$

3/ Montrer que l'équation  $f(x) = x$  admet dans  $[\sqrt{2}, +\infty[$  une unique solution  $\alpha$  puis vérifier que  $\alpha \in ]4, 5[$

4/ Montrer que pour tout  $x \in [\sqrt{2}, +\infty[$ , on a :  $|f'(x)| \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$

5/ Soit U la suite définie par  $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

a/ Montrer par récurrence que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $U_n \geq 2$



b/ Montrer que pour tout  $n \in \mathbf{IN} : |U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{\sqrt{3}}{3} |U_n - \alpha|$

c/ Déduire que pour tout  $n \in \mathbf{IN} : |U_n - \alpha| \leq \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^n$  puis déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ .

**Exercice N 3 :**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbf{IR}$  dont la représentation ci-dessous :

**A/ Graphiquement :**

1/ Déterminer graphiquement :  $f(-2), f(-1), f(2), f(3),$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), f'(-2)$  et  $f'(1)$

2/ Ecrire l'équation de la tangente  $T$  en 2

3/ Que représente le point  $A$  pour la courbe de  $f$

4/ Dresser le tableau de variation de  $f$

**B/**

Soit  $g$  la restriction de  $f$  sur  $[-1, +\infty[$

1/ Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $[-1, +\infty[$  sur un intervalle  $J$  que l'on déterminera

2/ Construire la courbe  $\zeta'$  de la fonction réciproque  $g^{-1}$

3/ Dresser le tableau de variation de  $g^{-1}$

4/ Calculer  $(g^{-1})'(0)$



