Lycées Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de contrôle n° 3** *Mathématiques*	*Classe : 4 ème Sc exp*
Date : 24 / 04 / 2010	*Profs : M me Turki et M rs Hamza et Meddeb*	*Durée : 2 heures*

Exercice n°1 : (5 pts)

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=x-ln\left(\frac{x}{2x+1}\right)$.

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Calculer les limites de f aux bornes de $]0,+\infty[$.
2) $a/$ Montrer que, pout tout $x>0$, $f'(x)=\frac{2x^2+x-1}{x(2x+1)}$.

   $b/$ Etablir le tableau de variations de f.
3) $a/$ Montrer que la droite $\Delta: y=x+ln2$ est une asymptote de C_f .

   $b/$ Comparer pour $x>0$, $\frac{2x}{2x+1}$ et 1, en déduire la position de C_f par rapport à Δ .
4) Tracer Δ et C_f .

Exercice n°2 : (5 pts)

On considère la fonction f définie sur $[0,1]$ par : $f(x)=e^{-x^2}$ et on définie la suite U par :

$U_n=\int_0^1 x^n f(x)dx=\int_0^1 x^n e^{-x^2}dx$, pour tout $n\in IN$.

1) $a/$ Montrer que, pour tout $x\in[0,1]$, on a : $\frac{1}{e}\leq f(x)\leq 1$.

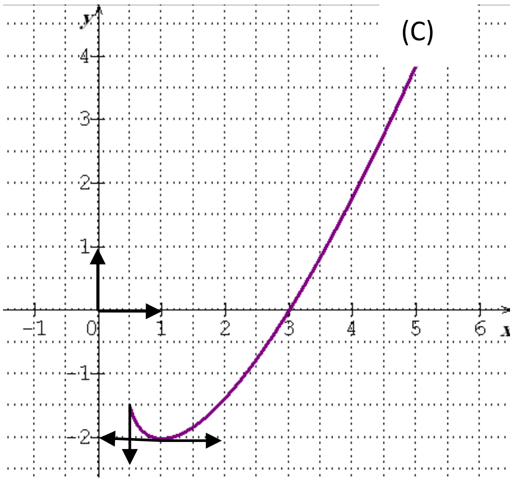
   $b/$ En déduire que : $\frac{1}{e}\leq U_0\leq 1$.
2) Calculer U_1 .
3) $a/$ Démontrer que, pour tout $n\in IN$, $U_n\geq 0$.

   $b/$ Etudier le sens de variation de la suite U.

   $c/$ En déduire que la suite U est convergente.
4) $a/$ Démontrer que, pour tout $n\in IN$, $U_n\leq\frac{1}{n+1}$.

   $b/$ En déduire la limite de la suite U.

Exercice n°3 : **(5 pts)**



La courbe (C) ci-contre est la représentation graphique d'une fonction F continue sur $[0{,}5\,;5]$, dérivable sur $]0{,}5\,;5]$.

On sait que (C) coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 3 et a une tangente horizontale au point d'abscisse 1 et une demi tangente verticale au point d'abscisse 0,5.

On note f la fonction dérivée de F.

1) A l'aide d'une lecture graphique :
   $a/$ Déterminer : $f(1)$, $F(1)$ et $F(3)$.
   $b/$ Donner les variations de la fonction F et en déduire le signe de f.
   $c/$ Calculer $\int_1^3 f(x)dx$.
2) Soient f_1 , f_2 et f_3 les fonctions définies par :
   $f_1(x) = (x^2 - x)e^{2x-1}$ $\quad f_2(x) = \ln(2x-1)$ $\quad f_3(x) = 1 - \frac{1}{2x-1}$.
   Une de ces trois fonctions est la fonction f.
   $a/$ Etudier le signe de f_1 sur l'intervalle $[0{,}5\,;5]$.

   $b/$ Résoudre dans $]0{,}5\,;5]$ l'inéquation : $f_2(x) \geq 0$.

   $c/$ Etudier le signe de f_3 sur l'intervalle $]0{,}5\,;5]$.

   $d/$ Calculer $\int_1^3 f_3(x)dx$.
   $e/$ Laquelle de trois fonctions est la fonction f ? Justifier la réponse.

Exercice n°4 : **(4 pts)**

Trois dés cubiques sont placés dans une urne. Deux de ces dés sont normaux : leurs faces sont numérotées de 1 à 6. Le troisième est spécial : trois de ses faces sont numérotées 6 et les trois autres faces sont numérotées 1.

On tire au hasard et simultanément deux dés de l'urne et on les lance.

On considère les événements :

A : « les deux dés tirés sont normaux ».

B : « Les faces supérieures des deux dés lancés sont numérotées 6 ».

1) Calculer p(A)
2) $a/$ Calculer : p(B/A), probabilité de B sachant A est réalisé, puis p(A∩B).
   $b/$ Montrer que : p(B) $= \frac{7}{108}$.
3) Calculer p(A/B), probabilité de A sachant B est réalisé.

Bonne chance