# LYCEE PRIVE EL GUERMESSI

AVRIL 2011

# MATHEMATIQUES

## Sciences expérimentales

Durée de l'épreuve : 2 heures.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies

## EXERCICE-1-

1)L'espace est rapporté au repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ .

On considère les points : A(2 ; 1 ; -1), B(-1 ; 2 ; 4), C(0 ; -2 ; 3), D(1 ; 1 ; -2) et le plan P d'équation : $x-2y+z+1=0$.

*Pour chacune des huit affirmations suivantes, dire, sans justifier, si elle est vraie ou si elle est fausse.*
*Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et l'un des deux mots* ***VRAI*** *ou* ***FAUX.***

1. Affirmation 1 : les points A, B et C définissent un plan.
2. Affirmation 2 : la droite (AC) est incluse dans le plan .
3. Affirmation 3 : une équation cartésienne du plan (ABD) est : $x+8y-z-11=0$ .
4. Affirmation 4 : une représentation paramétrique de la droite (AC) est : $\begin{cases} x=2k \\ y=2+3k \\ z=3-4k \end{cases}$ ;$k \in \mathbb{R}$
5. Affirmation 5 : les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.
6. Affirmation 6 : la distance du point C au plan P est égale à $4\sqrt{6}$ .
7. Affirmation 7 : la sphère de centre D et de rayon $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ est tangente au plan P .
8. Affirmation 8 : le point $E\left(-\dfrac{4}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{5}{3}\right)$ est le projeté orthogonal du point C sur le plan P .

2) Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des quatre questions.
*Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué .*

1. La valeur moyenne sur l'intervalle [- 1 ; 2] de la fonction définie par $f(x)=6x^2+3$ est :

   $\boxed{-8}$ $\boxed{0}$ $\boxed{9}$

2. Soit la fonction définie sur l'intervalle ]0 ; + ∞[ par $g(x)=\ln\left(\dfrac{2}{x}\right)$ . La limite de la fonction g en + ∞ est égaie à : $\boxed{-\infty}$ $\boxed{0}$ $\boxed{1}$

3. L'ensemble des solutions dans de l'inéquation $\ln(3-x)\leq 0$ est l'intervalle :

   $\boxed{[3;+\infty[}$ $\boxed{[2;3[}$ $\boxed{[2;+\infty[}$

4. Pour tous réels a et b strictement positifs. $\ln(ab)-\ln(a^2)$ est égal à :

   $\boxed{\ln\left(\dfrac{b}{a}\right)}$ $\boxed{\ln(b-a)}$ $\boxed{\dfrac{\ln b}{\ln a}}$

## ***EXERCICE-2-***

Soient les deux intégrales définies par : $I=\int_0^{\pi} e^x \sin x \, dx$ et $J=\int_0^{\pi} e^x \cos x \, dx$

1) Montrer que : $I=-J$ (Utiliser la formule d'integration par parties : $u(x)=\sin x$ et $v'(x)=e^x$ )
2) Montrer que : $I=J+e^{\pi}+1$ (Utiliser la formule d'integration par parties : $u(x)=e^x$ et $v'(x)=\sin x$ )
3) En déduire les valeurs exactes de I et de J.

## ***EXERCICE-3-***

Dans l'éspace rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$, on donne les points $A(3;-3;0)$, $B(-3;-3;8)$, $C(0;-6;0)$ , le plan $P: x+2y-2z+5=0$ et l'ensemble :

$$S=\left\{M\left(x;y;z\right) \text{ de l'espace tel que } x^2+y^2+z^2+6y-8z=0\right\}$$

1) Montrer que S est une sphère de centre $I(0;-3;4)$ et de rayon $R=5$.
2) Déterminer une représentation paramétrique de la droit $\Delta$ passant par I et perpendiculaire à P. En déduire les coordonnées du point H intersection de P avec $\Delta$.
3) Montrer que P coupe S selon un cercle $\zeta$ dont on précisera le centre et le rayon.
4) Montrer que OABC est un tétraèdre inscrit dans S.
5) Calculer le volume du tétraèdre OABC.

## ***EXERCICE-4-***

Soient $f(x)=x(\ln x-1)$ définie sur $]0;+\infty[$ et $\zeta_f$ sa courbe représentative dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) Déterminer les limites de $f$ aux bornes de son domaine de définition.
2) Calculer $f'$ et en déduire le tableau de variation de $f$ sur $]0;+\infty[$.
3) Soit I le point d'intersection de $\zeta_f$ et l'axe des abscisses, déterminer les coordonnées de I. Ecrire l'équation de la tangente T à $\zeta_f$ au point I.
4) Construire $\zeta_f$ et T.
5) Soit $h$ la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $h(x)=x\ln x$.
   a) Montrer que $H(x)=\frac{1}{2}x^2\ln x-\frac{1}{4}x^2$ est une primitive de la fonction $h$ sur $]0;+\infty[$,
   b) En déduire une primitive $F$ de $f$ et calculer $\int_1^e f(x)dx$,
   c) En déduire l'aire,en unité d'aire, de la partie du plan délimiteé par $\zeta_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$. On arrondira le résultat au dixième.