

EXERCICE N°1

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points : A (3 , 1 , 0) ; B (1 , 2 , 0) ; C (3 , 2 , 1) et D (5 , m , m) ou m est un réel

- 1) a) Calculer les composantes de vecteur $\vec{N} = \vec{AB} \wedge \vec{AC}$
 - b) En déduire l'aire du triangle ABC
 - c) Calculer le volume de tétraèdre OABC , en déduire la distance du point O au plan (ABC)
2. Soit S_m l'ensemble des points M(x,y,z) tels que :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 2my - 2mz + 2m^2 + 9 = 0$$

- a) Montrer que pour toute valeur de m , S_m est une sphère dont on précisera le centre et le rayon
- b) Vérifier que : $\vec{N} \cdot \vec{AD} = 0$
- c) En déduire que pour toute valeur de m l'intersection de S_m et le plan (ABC) est un cercle que l'on précisera

EXERCICE N°2

On considère la fonction f définie par : $f(x) = (1 - \ln x)^2$

1. a) Dresser le tableau de variation de f
 - b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter le résultat graphiquement
 - c) Tracer la courbe (C) de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})
2. Pour tout entier naturel non nul n on pose $I_n = \int_1^e (1 - \ln x)^n dx$
 - a) Montrer que $I_1 = e - 2$
 - b) A l'aide d'une intégration par parties montrer que pour tout entier naturel n non nul : $I_{n+1} = -1 + (n+1) I_n$
 - c) En déduire : I_2, I_3 et I_4
3. On désigne par A et B les points de (C) d'abscisses respectives 1 et e et soit V le volume de solide de révolution engendré par la rotation de l'arc \overline{AB} autour de l'axe (O, \vec{i}) . Calculer V

EXERCICE N°3

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, les courbes (C_1) et (C_2) ci-dessous représentent une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} et sa dérivée f' . (C_1) et (C_2) se coupent en O et (C_2) coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse -2 . (C_1) et (C_2) admettent la droite $y = 0$ comme asymptote au voisinage de $-\infty$, une branche infinie de direction celle de la droite des ordonnées au voisinage de $+\infty$.

1. Par une lecture graphique

- Déterminer parmi (C_1) et (C_2) celle qui représente f et f' .
- Déterminer $f(0)$, $f'(0)$ et $f'(-2)$.
- Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.
- Dresser le tableau de variation de f .

2. On suppose que la fonction f est définie par : $f(x) = x^2 e^x$

Soit $\lambda < 0$, et A_λ l'aire de la partie du plan limitée par les courbes (C_1) et (C_2) et les droites d'équations : $x = 0$ et $x = \lambda$.

- Montrer que pour tout réel x on a : $f'(x) - f(x) = 2x e^x$.
- Calculer A_λ en fonction de λ et en déduire $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} A_\lambda$.

