LS: El Alia	Devoir de contrôle n°3	AS : 2010/2011
Prof: Tlich Ahmed	(Bac science 2)	Durée :2h

Exercice n°1 : (3 points)

Choisir l'unique bonne réponse et sans justification.

1) L'ensemble des solutions de l'équation : $\ln x = \frac{-1}{2}$ est :

a) L'ensemble vide b) $\{\sqrt{e}\}$ c) $\{\frac{1}{\sqrt{e}}\}$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln(\frac{1}{x})$ égal à :

a) $-\infty$ b) 0 c) $+\infty$

3) $\int_0^1 \frac{1}{x+1}dx$ égal à

a) $-\frac{1}{2}$ b) ln2 c) $\frac{1}{2}$

Exercice n°2 :(5 points)

L'espace est munie d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

Soit S l'ensemble des points M(x,y ;z) d'équation : $x^2 + y^2 -2y +z^2 -2z -2 =0$.

1) Montrer que S est une sphère de centre I(0,1,1) et dont on déterminera son rayon.

2) Soit les points A(1,-2,1) ;B(2,-2 ;0) et C (-1,-1,2)

a) Calculer $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ et en déduire que A, B et C ne sont pas alignés.

b) Montre que S et le plan (ABC) sont sécante en un cercle (C)

c) Déterminer les coordonnés du point H centre de (C) et son rayon.

d) Déterminer le volume du tétraèdre ABCI.

Exercice n°3 : (7 points)

1) Soit la fonction définie sur]0 :+∞ [par $g(x)= x^2 -1+ \ln x$.

a) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.

b) Calculer g(1) et en déduire que : $g(x) \geq 0$ si x Є [1 ;+∞[.

c) Dresser le tableau de signe de g(x).

2) Soit la fonction f définie sur]0 :+∞[par : $f(x) = x - 2 - \frac{\ln x}{x}$.

a) Calculer les limites de f en 0^+ et en +∞.

b) Montrer que $f'(x)= \frac{g(x)}{x^2}$ et dresser le tableau de variation de f.

c) Montrer que l'équation f(x)=0 admet deux solutions α et β. Vérifier que 0,4<α<0,5 et 2,3 <β<2,4.

d) Montrer que la droite D : y = x - 2 est une asymptotes oblique à C_f au voisinage de +∞ et étudier leur positions relatives.

e) Construire dans un repère orthonormé la courbe de f ainsi que ces asymptotes.

3) Soit h(x) = $(\ln x)^2$ où x Є]0 :+∞[

a) Calculer h'(x).

b) Donner une primitive F de f sur]0 :+∞[.

c) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C_f ; la droite D : y =x-2 et les droits d'équations x =1 et x = e.

<u>Exercice n°4 :</u> (5 points)

Soit la suite U définie sur IN par : $U_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2+1}dx$.

1) Calculer U_1.

2) a)Montrer que la suite U est décroissante. (On ne cherche pas à calculer les intégrales).

b) Monter que $U_n \geq 0$ et en déduire que elle est convergente.

3)a) Montrer que pour tout x Є [0,1] : $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{x^2+1} \leq 1$ puis $\frac{x^n}{2} \leq \frac{x^n}{x^2+1} \leq x^n$ pour tout n de IN.

c) On déduire que pour tout n Є IN : $\frac{1}{2(n+1)} \leq U_n \leq \frac{1}{n+1}$.

d) Calculer la limite de U.

4) Soit la fonction G définie sur $[0,\frac{\pi}{4}]$ par : G(x) = $\int_0^{tgx} \frac{1}{t^2+1}dt$.

a) Montrer que G est dérivable sur $[0,\frac{\pi}{4}]$ et G'(x) = 1.

b) Calculer G(0) et en déduire l'expression de G(x).

c) Calculer : $U_0 = \int_0^1 \frac{1}{x^2+1}dx$.

<u>Bon travail</u>