Mathématiques *Lycée Ali Bourguiba Bembla*		***Devoir de contrôle n°03***

Mr.Yacoubi Hamda	***4 ème Sc1***	***Vendredi 22-04-2011***	***2 Heures***

Exercice 1 (4Points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte
Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie .

1)L'ensemble des points M(x, y, z) tel que $x^2+y^2+z^2-2x+4y=4$ est :
a)une sphère de centre $I(1;-2;0)$ et de rayon 3

b) une sphère de centre $I(-1;2;0)$ et de rayon 3

c) une sphère de centre $I(1;2;0)$ et de rayon 3

2) Soient A et B deux points distincts de l'espace

L'ensemble des points M de l'espace tel que $\overrightarrow{\mathrm{MA}} \perp \overrightarrow{\mathrm{MB}}$ est :

a)La sphère de centre $\mathrm{I}=\mathrm{A}*\mathrm{B}$ et de rayon $\dfrac{1}{2}\mathrm{AB}$

b)La sphère de centre $\mathrm{I}=\mathrm{A}*\mathrm{B}$ et de rayon AB

c)Le cercle de diamètre [AB]

3) Pour tout réel $x \neq 0$,on a : $x - ln(x^2)$ est égal à :

a) $x-2\,ln(x)$ b) $x-ln^2(x)$ c) $x-2\,ln|x|$

4) La valeur moyenne de $f : \longmapsto \dfrac{e^x}{e^x+1}$ sur $[-1;1]$ est

a) $\ln(\mathrm{e}+1)-\ln(\mathrm{e}^{-1}+1)$ b) $\dfrac{1}{2}$ c) $\dfrac{1}{2}(\ln(\mathrm{e}+1)+\ln(\mathrm{e}^{-1}+1))$

Exercice 2(5Points)

L'espace $\mathcal{E}$ est rapporté à un repère orthonormé $(\mathrm{O}\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$

Soient les points A(2,0,−1) et B(0,0,−1)

Soit l'ensemble S $=\{\mathrm{M}(\mathrm{x},\mathrm{y},\mathrm{z}) \in \mathcal{E}$ tel que $\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2+\mathrm{z}^2-2\mathrm{x}+2\mathrm{z}+1=0\}$

1) Vérifier que S est une sphère dont on précisera le centre I et le rayon r.

2)a)Vérifier que A et B sont diamétralement opposés sur la sphère S

b) Soit D (1, 0,0) .Calculer $\overrightarrow{\mathrm{DA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DB}}$ en déduire que D ∈ S

3) Soit P le plan passant D et perpendiculaire à la droite (DA)

a)Montrer qu'une équation cartésienne de P est $x-z-1=0$ et vérifier que B∈P.

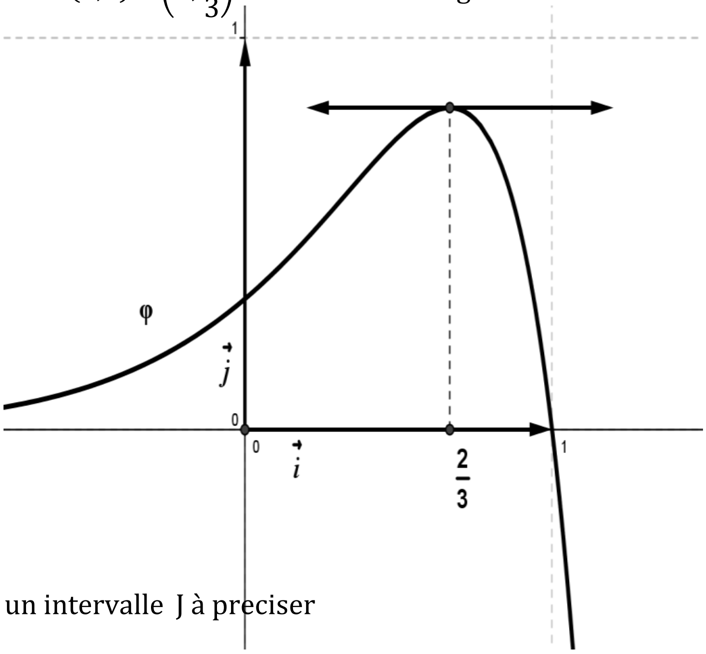
b) En déduire que S et P sont sécante suivant un cercle φ.

c)En déduire le centre et le rayon de φ.

Exercice 3(5Points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ la courbe φ ci -dessous représente la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = (ax+b)e^{cx}$ où a , b et c sont trois réels que l'on se propose de déterminer

On sait que la courbe φ contient les points des cordonnées (1,0)et $\left(0;\frac{1}{3}\right)$ et admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse $\frac{2}{3}$



1)Par lecture graphique.

a)Dresser le tableau de variation de f

b)Donner $f(0)$, $f(1)$ et $f'\left(\frac{2}{3}\right)$

2) Exprimer $f'(x)$ en fonction de a , b et c

3)En déduire que $f(x) = \frac{1}{3}(1-x)e^{3x}$

4)Soit g la restriction de f sur $\left[\frac{2}{3};+\infty\right[$

a)Montrer que g réalise une bijection de $\left[\frac{2}{3};+\infty\right[$ sur un intervalle J à préciser

b)Tracer $\varphi_{g^{-1}}$ dans le même repère

5)Calculer l'aire de la partie du plan limitée par φ et les droites d'équation$x = \frac{2}{3}$; $x = 1$ et $y = 0$

Exercice 4(6Points)

Soit la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(x) = x[1+ln(x+1) - lnx] \ \ si\ x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

On désigne par φ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1)a)Montrer que f est continue à droite en 0.f est –elle dérivable à droite en 0 ?

b)Montrer que pour tout réel $x \in]0;+\infty[$, $f'(x) = \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) + \frac{x}{x+1}$

2)a)Prouver que pour tout réel $x \in]0;+\infty[$, $f(x) = x + x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$ et en déduire que $f(x) \geq x$.

b)Calculer alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *puis* dresser le tableau de variation de f

3)a)Montrer que la droite $\Delta: y = x+1$ est une asymptote à φ au voisinage de $+\infty$

b) Etablir que pour tout $t \in [0;+\infty[$, $\ln(1+t) \leq t$ (On pourra étudier le sens de variation de la fonction $u : t \longmapsto t - \ln(1+t)$)

c)En déduire la position de φ par rapport à Δ

d) Tracer φ et Δ dans le repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ établir