Devoir de contrôle N°3

Epreuve : *Mathématiques*

Lycée: *Bechri* **A.S:** *2011/2012* **Durée:** *2 H* **Prof:** *Lahmadi Adel* **Classe:** *4 Sc-Exp 2*

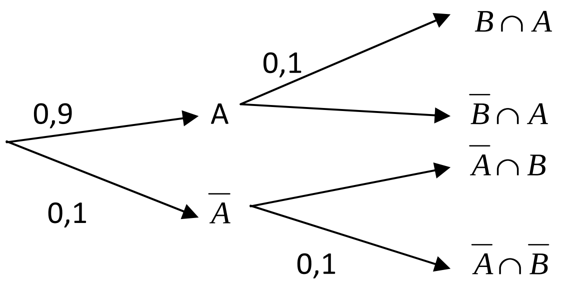
Exercice N°1 **(3 points)**

Indiquer la bonne réponse (une justification est demandée)

❶ A et B sont deux événements d'un espace probabilisé tels que: $p(A)=0,4$; $p(B)=0,5$ et $p(\overline{A\cup B})=0,35$. Alors $p(A\cap B)=$

a) 0,1 b) 0,25 c) 0,37

❷ On représente une expérience aléatoire par l'arbre de probabilité ci-dessous :



La probabilité $p(A/B)=$

a) 0,09 b) 0,5 c) 0,9

❸ L'ensemble des solutions de l'équation : $\ln(x^2-4)=\ln(2+x)$ est:

a) $]0;+\infty[$ b) $\{-2\,;3\}$ c) $\{3\}$

❹ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{x}$ est égale à

a) 2 b) 1 c) $\dfrac{1}{2}$

Exercice N°2 **(6 points)**

Partie A

❶ Soit x un réel supérieur ou égal à 1.

Calculer en fonction de x l'intégrale $\int_1^x (2-t)\,dt$

❷ Démontrer que pour tout réel t appartenant à l'intervalle $[1;+\infty[$, on a : $2-t\leq\dfrac{1}{t}$

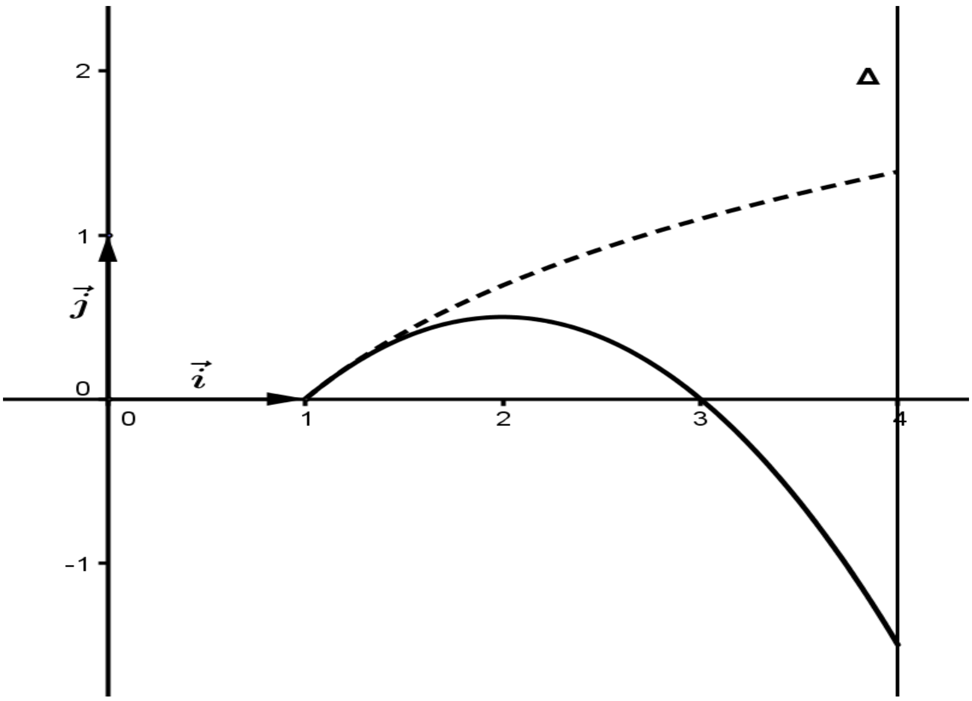
❸ Déduire de ce qui précède que pour tout réel x supérieur ou égal à 1 , on a: $-\dfrac{1}{2}x^2+2x-\dfrac{3}{2}\leq\ln x$

Partie B

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{3}{2}$.

Sur le graphique ci-dessous , le plan est muni d'un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ dans lequel on a tracé les courbes représentatives des fonctions h et logarithme népérien sur l'intervalle $[1;4]$.

On a tracé également la droite Δ d'équation $x = 4$



❶ a) Démontrer que $\int_1^4 h(x)\,dx = 0$

b) Illustrer sur le graphique le résultat de la question précédente.

❷ On note **D** le domaine du plan délimité par la droite Δ et les courbes représentatives des fonctions h et logarithme népérien sur l'intervalle $[1;4]$.

a) Montrer que la fonction $x \mapsto x\ln x - x$ est une primitive de la fonction logarithme népérien sur $]0;+\infty[$

b) Calculer l'aire de **D** en unités d'aire.

EXERCICE N°3 **(6 points)**

On suppose que, pour tous les jours de septembre , la probabilité qu'il pleuve est $\frac{1}{4}$.

S'il pleut, la probabilité que Monsieur X arrive à l'heure à son travail est $\frac{1}{3}$.

S'il ne pleut pas, la probabilité que Monsieur X arrive à l'heure à son travail est $\frac{5}{6}$

❶ Représenter par un arbre de probabilité la situation ci-dessus.

❷ Quelle est la probabilité qu'un jour de septembre donné, il pleuve et que Monsieur X arrive à l'heure à son travail.

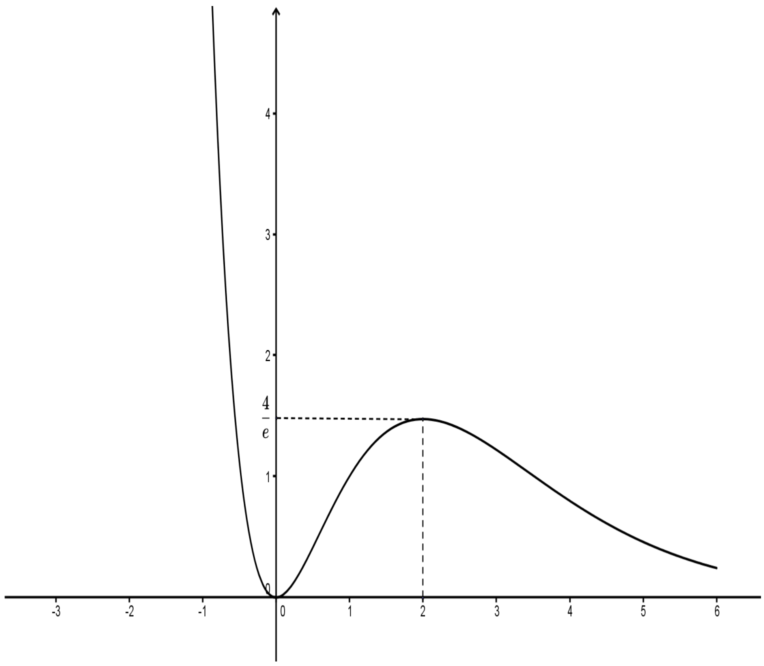
❸ Montrer que la probabilité qu'un jour de septembre donné, Monsieur X arrive à l'heure à son travail est $\frac{17}{24}$.

❹ Un jour de septembre donné, Monsieur X arrive à l'heure à son travail.
Quelle est la probabilité qu'il ait plu ce jour là?

❺ Sur une période de quatre jours de septembre , quelle est la probabilité que Monsieur X arrive à l'heure au moins une fois ?

Exercice N°4 **(5 points)**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 e^{1-x}$.
On donne ci-contre sa courbe représentative Cf dans un repère orthonormé.



❶ Déterminer graphiquement

a) Les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$

b) Le tableau de variations de f.

❷ Soit n un entier naturel non nul.On considère l'intégrale I_n définie par:

$$I_n = \int_0^1 x^n e^{1-x} dx$$

a)Etablir une relation entre I_{n+1} et I_n.

b) Calculer I_1 puis I_2.

c)Donner une interprétation graphique du nombre I_2.

❸ a) Démontrer que pour tout $x \in [0;1]$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a $x^n \le x^n e^{1-x} \le x^n e$.

b) En déduire un encadrement de I_n puis la limite de I_n quand n tend vers $+\infty$.

Bon Travail