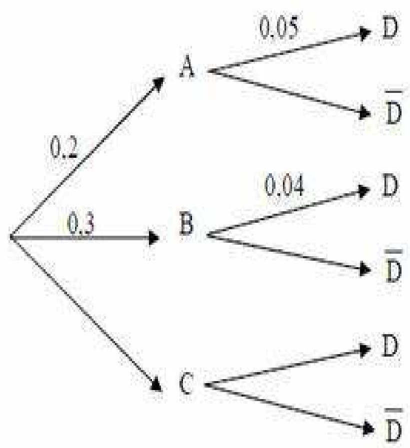
Lycée Ali B.Bembla	Devoir de contrôle n° 3 Mathématiques	Classe : 4 ème Sc exp3
Date 02/05/2012	Prof :Mosrati chawki	Durée 2 heures

Exercice 1 : (3 points)

L'élève doit écrire sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la bonne réponse

I) On donne l'arbre pondéré de probabilité ci-contre tel que p(D) = 0,027



1) $p(A \cap D)$ est égale à :

a / 0,01 ; b / 0,02 ; c / 0,012

2) $p(C \cap D)$ est égale à :

a/ 0,004 ; b/ 0,005 ; c / 0,002

3) $p(C / D)$ est égale à :

a/ $\dfrac{7}{27}$; b / $\dfrac{6}{27}$; c / $\dfrac{5}{27}$

II) $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{Ln(1+\sqrt{x})}{x}$ est égale à :

a / 1 ; b / $+\infty$; c / $-\infty$

III) Les solutions de l'équation différentielle (E) : $3y' = y - 6$ sont

a/ $y(x) = ke^{x} + \dfrac{2}{3}$, k ∈ IR ; b/ $y(x) = ke^{\frac{1}{3}x} + \dfrac{2}{3}$, k ∈ IR ;

c/ $y(x) = ke^{\frac{1}{3}x} + 6$, k ∈ IR

IV) La variable aléatoire X associé à la durée de vie en années d'une machine suit la loi exponentielle de paramètre λ , $\lambda \succ 0$, sachant que cette machine a déjà fonctionné 2 ans , alors la probabilité que cette dernière a une durée vie supérieur à 5 ans est :

a/ $e^{-3\lambda}$; b / $e^{-4\lambda}$; c / $e^{-5\lambda}$

Exercice 2 : (6 points)

Un responsable de magasin achète des composants électroniques auprès de deux fournisseurs dans les proportions suivantes : 25 % au premier fournisseur et 75 % au second.

La proportion de composants défectueux est de 3 % chez le premier fournisseur et de 2 % chez le second.

On note :

– D l'évènement « le composant est défectueux » ;

– F_1 l'évènement « le composant provient du premier fournisseur » ;

– F_2 l'évènement « le composant provient du second fournisseur ».

1. **a.** Dessiner un arbre pondéré.

b. Calculer $p(D \cap F_1)$, puis démontrer que $p(D) = 0,0225$.

c. Sachant qu'un composant est défectueux, quelle est la proba- bilité qu'il provienne du premier fournisseur ?

Dans toute la suite de l'exercice, on donnera une valeur approchée des résultats à 10^{-3} près.

2. Le responsable commande 20 composants. Quelle est la probabilité qu'au moins deux d'entre eux soient défectueux ?

3. La durée de vie de l'un de ces composants est une variable aléatoire notée X qui suit une loi de durée de vie sans vieillissement ou loi exponentielle de paramètre λ, avec λ réel strictement positif.

a. Sachant que $p(X > 5) = 0,325$, déterminer λ.
Pour les questions suivantes, on prendra $\lambda = 0,225$.

b. Quelle est la probabilité qu'un composant dure moins de 8 ans ? plus de 8 ans ?

c. Quelle est la probabilité qu'un composant dure plus de 8 ans sachant qu'il a déjà duré plus de 3 ans ?

Exercice 3 : (4 points)

On considère l'équation différentielle (E) : $y' - 2y = e^{2x}$.

1) Vérifier que la fonction g définie sur IR par $g(x) = xe^{2x}$ est une solution de l'équation différentielle (E).
2) Résoudre l'équation différentielle (E') : $y' - 2y = 0$.
3) Montrer que f est une solution de (E) signifie (f – g) est une solution de (E').
4) En déduire toutes les solutions de (E).
5) Déterminer, la fonction h solution de (E) qui vérifie : h(0) = 1.

Exercice 4 : (7 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{3e^x - 1}{e^x + 1}$

On note (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ unité graphique 2 cm.

1. a) Montrer que le point A(0,1) est un centre de symétrie pour la courbe (C)
   b) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
   En déduire que f possède deux asymptotes dont on précisera les équations.
   c) Calculer $f'(x)$ et en déduire les variations de la fonction f.
2. a) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe (C) au point d'abscisse 0.
   b) On considère la fonction φ définie sur $\mathbb{R}$ par $\varphi(x) = f(x) - (x + 1)$.
   Montrer que, pour tout réel x, $\varphi'(x) = -\left(\dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$
   En déduire le sens de variation de la fonction φ puis son signe.
   c) Déduire de ce qui précède la position de la courbe (C) par rapport à la tangente T.
3. Tracer la tangente T ainsi que la courbe (C) et ses asymptotes.
4. Soit α un réel strictement positif. On note A(α) l'aire de la région du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations $x = 0$, $x = \alpha$ et $y = 3$.
   a) Vérifier que $\dfrac{1}{e^x + 1} = \dfrac{e^{-x}}{1 + e^{-x}}$
   b) Montrer que $A(\alpha) = 4\ln\left(\dfrac{2}{1 + e^{-\alpha}}\right)$ u.a.
   c) Déterminer $\lim\limits_{\alpha \to +\infty} A(\alpha)$ et interpréter graphiquement cette limite.