

Exercice n°1 : (3 points)

Choisir l'unique bonne réponse et sans justification

1) Un pièce électronique présente deux défauts A et B indépendants et tel que $p(A) = 0,3$ et $p(B) = 0,5$ alors la probabilité que la pièce présente le défauts A sachant qu'elle présente déjà le défaut B égal à :

- a) 0,15 b) 0,3 c) 0,5

2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x} - x}{e^{-x} + 1}$ égal à :

- a) $-\infty$ b) 0 c) $+\infty$

3) L'ensemble des solutions dans IR de l'équation : $e^{2x} - e^x - 2 = 0$:

- a) $\{\ln 2\}$ b) $\{-1, \ln 2\}$ c) $\{-1, 2\}$

Exercice n°2 : (6points)

Dans un magasin d'électroménager, on s'intéresse au comportement d'un client.

La probabilité pour qu'il achète un téléviseur est de 0,6.

La probabilité pour qu'il achète un magnétoscope quand il a acheté un téléviseur est de 0,4.

La probabilité pour qu'il achète un magnétoscope quand il n'a pas acheté de téléviseur est de 0,2.

On note T le client achète un téléviseur et M le client achète un magnétoscope.

- 1) Construire un arbre de probabilisé modalisant la situation.
- 2) Calculer la probabilité de ces événements :
 - a) Le client achète un téléviseur et un magnétoscope.
 - b) Le client achète un magnétoscope.
 - c) Le client n'a rien acheté.
 - d) Le client achète un téléviseur sachant qu'il a acheté un magnétoscope.
 - e) Le client n'a pas acheté un téléviseur sachant qu'il n'a pas acheté un magnétoscope.

Exercice n°3 : (5 points)

On met 100 gramme du sucre dans l'eau. Après t secondes on note g(t) la masse du sucre restante dans l'eau. On suppose que g est une solution l'équation différentielle (E_0): $y' + y = 0$.

- 1) a) Résoudre dans IR l'équation différentielle (E_0).
- b) Déterminer l'expression de g(x).
- c) Déterminer le temps nécessaire pour que 10 gramme seulement reste dans l'eau.
- d) On suppose que le sucre devient invisible si sa masse est inférieure ou égal à 0,1 gramme. Déterminer le temps nécessaire pour que le sucre soit invisible.

2) Soit l'équation différentielle (E) : $y' + y = e^{-x}$.

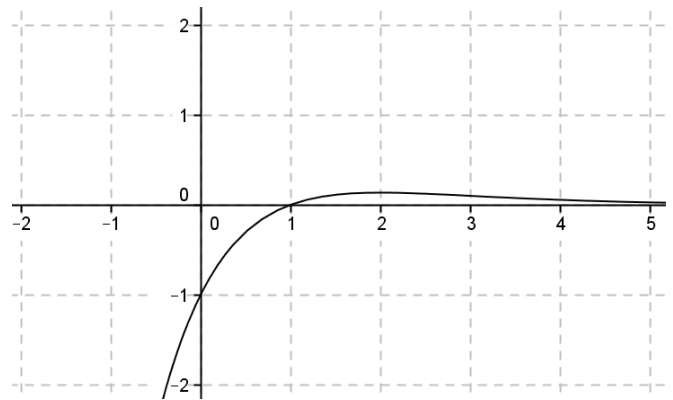
Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x-1)e^{-x}$ et (C) sa courbe ci contre représentée dans un repère orthonormé directe.

- a) Vérifier que f est une solution de (E).
 b) Soit un réel $\beta > 1$ et soit $A(\beta)$ l'aire de la partie du plan limitée par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x = \beta$

1) En utilisant 2)a) vérifier que :

$$A(\beta) = -f(\beta) - e^{-\beta} + e^{-1}$$

2) Calculer $\lim_{\beta \rightarrow +\infty} A(\beta)$.



Exercice n°4 : (6 points)

Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = e^x + x + 1$

- 1) a) Étudier les variations de g .
 b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} une unique solution α puis vérifier que $-1,28 < \alpha < -1,27$.
 c) Dresser le tableau de signe de $g(x)$.

2) Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$. On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- a) Montrer que $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$
 b) Dresser le tableau de variation de f .
 c) Montrer que la droite $D : y = x$ est une asymptote à la courbe de f au voisinage de $+\infty$.
 d) Montrer que $f(\alpha) = \alpha + 1$
 e) Construire (C) et D dans un repère orthonormé.

3) Soit la partie du plan limitée par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 1$.

a) Montrer que pour tout $x \in [0, 1]$ on a : $\frac{1}{e+1} xe^x \leq f(x) \leq \frac{e^x}{e^x + 1}$

b) par une intégration par partie calculer $\int_0^1 xe^x dx$

c) Dédurre que : $\frac{1}{e+1} \leq A \leq \ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$

Bon travail