L-S : E-Elhaythem

A-S : 2016 / 2017

Devoir de control N°3

***** Mathématiques *****

Prof : D – Ali

Classe : 4 sc2

Exercice N°1 : 07 pts

Une urne contient : deux boules vertes numérotées ; 1 ; (-1) . et trois boules blanches numérotées ; 0 , 1 , (-1)

1°) on lance une fois une pièce de monnaie parfaite :

- Si on obtient ‘’ face ‘’ , on tire simultanément et au hasard deux boules de l’urne
- Si non on tire successivement et avec remise deux boules de l’urne .

On s’intéresse à la somme des numéros des deux boules tirées .

Soit l’événement A " Obtenir une somme nulle " .

a) Montrer que : $p (A) = \frac{29}{100}$

b) Sachant qu’on a obtenu une somme nulle quelle est la probabilité d’obtenir face ? .

2°) on répète l’épreuve précédente n fois de suite ($n \geq 1$) ; en remettant à chaque fois les boules tirées dans l’urne .

a) Déterminer en fonction de n la probabilité p_n pour que l’on ait au moins une fois une somme non nulle

b) Déterminer la plus petite valeur de n pour laquelle $p_n \geq 0,95$

3°) on tire successivement et sans remise les cinq boules de l’urne .

Soit X l’alea numérique qui indique le rang de la première boule blanche tirée .

a) Déterminer la loi de probabilité de X .

b) Soit F la fonction de répartition de X . calculer $F(\frac{1}{2})$; $F(\frac{4}{3})$; $F(\frac{8}{3})$ et $F(4)$.

c) Calculer l’espérance mathématique E (X) et l’écart-type $\sigma(X)$ de X .

Exercice N°2 : 06 pts

L’espace est muni d’un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$. on considère les points A (0 ; 1 ; 3) ; B (1 ; - 1 ; 0) et le point C (2 ; 1 ; 4) .

1°) a) Montrer que les points A ; B et C ne sont pas alignes

b)Déterminer une équation du plan P passant par les points A ; B et C

T-S-V-P la feuille

2°) On considère l'ensemble (E_m) d'équation : $x^2 + y^2 + z^2+2y+2z + m^2 - 4\,m + 5 = 0$ ou m est un paramètre réelle .

a) Déterminer suivant les valeurs de m la nature de l'ensemble E_m ; préciser les éléments caractéristiques
b) Pour $m \in]\,1\,;\,3\,[$. Montrer que(E_m) est une sphère de centre I à déterminer et de rayon $R \leq 1$.
c) Déterminer l'ensemble d'intersection de (E_2) et le plan P .

Exercice N°3 : 7 pts

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = 1 + e^x - x\,e^x$.

1°) Dresser le tableau de variation de f

2°) a) calculer $\underbrace{Lim}_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$. interpréter graphiquement le résulta .

b)Montrer que l'équation f (x) = 0 admet une dans IR une solution unique α ; tel que : $1 < \alpha < 1{,}5$

c) Etudier la position relative de la courbe ζ_f et la droite Δ d'équation : y = x

3°) a) Montrer que la restriction g de f sur l'intervalle $[0\,;+\infty\,[$ réalise une bijection de $[\,0\,;+\infty[$ vers $]-\infty\,;\,2]$

b)Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 est $(g^{-1})'(0) = -\frac{\alpha-1}{\alpha}$

4°) construire dans le même repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) la droite Δ ; la courbe ζ_f et la courbe (ζ ') de g^{-1} .

5°) a) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe ζ_f et la droite Δ et les droites d'équations

Respective x = 0 et x = 1

b) Déduire que $\int_1^2 g^{-1}(x)dx$ = e – 2