

Exercice N°1 : 07 pts

Une urne contient : deux boules vertes numérotées ; 1 ; (-1) . et trois boules blanches numérotées ; 0 , 1 , (-1)

1°) on lance une fois une pièce de monnaie parfaite :

- Si on obtient " face " , on tire simultanément et au hasard deux boules de l'urne
- Si non on tire successivement et avec remise deux boules de l'urne .

On s'intéresse à la somme des numéros des deux boules tirées .

Soit l'événement A " Obtenir une somme nulle " .

a) Montrer que : $p(A) = \frac{29}{100}$

b) Sachant qu'on a obtenu une somme nulle quelle est la probabilité d'obtenir face ? .

2°) on répète l'épreuve précédente n fois de suite ($n \geq 1$) ; en remettant à chaque fois les boules tirées dans l'urne .

- Déterminer en fonction de n la probabilité p_n pour que l'on ait au moins une fois une somme non nulle
- Déterminer la plus petite valeur de n pour laquelle $p_n \geq 0,95$

3°) on tire successivement et sans remise les cinq boules de l'urne .

Soit X l'alea numérique qui indique le rang de la première boule blanche tirée .

- Déterminer la loi de probabilité de X .
- Soit F la fonction de répartition de X . calculer $F\left(\frac{1}{2}\right)$; $F\left(\frac{4}{3}\right)$; $F\left(\frac{8}{3}\right)$ et $F(4)$.
- Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ et l'écart-type $\sigma(X)$ de X .

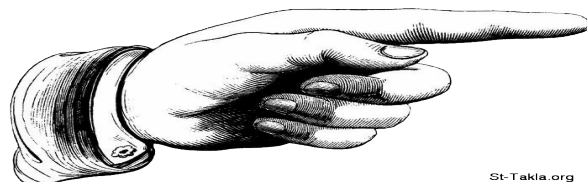
Exercice N°2 : 06 pts

L'espace est muni d'un repère orthonormé ($O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k}$) . on considère les points A (0 ; 1 ; 3) ; B (1 ; - 1 ; 0) et le point C (2 ; 1 ; 4) .

1°) a) Montrer que les points A ; B et C ne sont pas alignés

b) Déterminer une équation du plan P passant par les points A ; B et C

T-S-V-P la feuille



St-Takla.org

2°) On considère l'ensemble (E_m) d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 + 2y + 2z + m^2 - 4m + 5 = 0$ ou m est un paramètre réelle .

- Déterminer suivant les valeurs de m la nature de l'ensemble E_m ; préciser les éléments caractéristiques
- Pour $m \in] 1 ; 3 [$. Montrer que (E_m) est une sphère de centre I à déterminer et de rayon $R \leq 1$.
- Déterminer l'ensemble d'intersection de (E_2) et le plan P .

Exercice N°3 : 7 pts

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 1 + e^x - x e^x$.

1°) Dresser le tableau de variation de f

2°) a) calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$. interpréter graphiquement le résultat .

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une dans \mathbb{R} une solution unique α ; tel que : $1 < \alpha < 1,5$

c) Etudier la position relative de la courbe ζ_f et la droite Δ d'équation : $y = x$

3°) a) Montrer que la restriction g de f sur l'intervalle $[0 ; +\infty [$ réalise une bijection de $[0 ; +\infty [$ vers $]-\infty ; 2]$

b) Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 est $(g^{-1})'(0) = -\frac{\alpha-1}{\alpha}$

4°) construire dans le même repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ la droite Δ ; la courbe ζ_f et la courbe (ζ') de g^{-1} .

5°) a) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe ζ_f et la droite Δ et les droites d'équations

Respective $x = 0$ et $x = 1$

b) Dédire que $\int_1^2 g^{-1}(x) dx = e - 2$