LYCÉE OUED ELLIL

DEVOIR DE CONTRÔLE N° 3

MATHÉMATIQUES

CLASSES : 4IEME ANNÉE SECONDAIRE

SECTION : SCIENCES EXPÉRIMENTALES

DURÉE : 2 HEURES

PROF : BELLASSOUED MOHAMED

ANNÉE SCOLAIRE : 2017-2018

EXERCICE 1: 3 points

BAREME

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.; une seule réponse est exacte.
Vous indiquerez cette réponse . Aucune justification n'est demandée

1- La valeur moyenne de la fonction $f : x \to \dfrac{1}{(x+1)}$ sur $[\,0;4\,]$ est égale à : 0.75

a. ☐ $\dfrac{1}{2}\ln 2$ **b.** ☐ $\dfrac{1}{4}\ln 5$ c. ☐ $\dfrac{1}{2}$

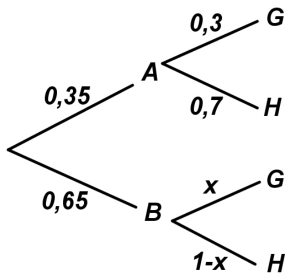
2- Soit $x \in]0;1[$ et $f(x) = \displaystyle\int_x^{x^2} \frac{1}{t^4+1}dt$, alors pour tout $x \in]0;1[$ 0.75

a. ☐ $f(x) \succ 0$ **b.** ☐ $f(x) \prec 0$ **c.** ☐ $f(x) = 0$

3- $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \left[\mathrm{Ln}(1-\cos x) - \mathrm{Ln}x \right] =$ 0.75

a. ☐ 0 **b.** ☐ $-\infty$ **c.** ☐ $+\infty$

4- Les événements A et G étant supposés **indépendants**, x est égal à : 0.75



a. ☐ 0,1 b. ☐ 0,3 c. ☐ 0,36

EXERCICE 2: 5 points

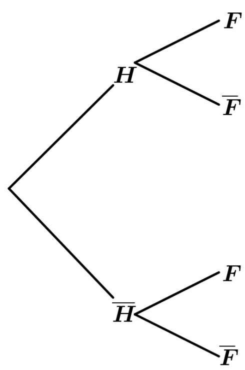
Les résultats approchés seront donnés à 0,001 prés

L'asthme est une maladie inflammatoire chronique des voies respiratoires en constante Augmentation Dans une population , les statistiques font apparaitre que, parmi les adultes, environ **4**% des hommes et **5**% des femmes sont asthmatiques.

Dans la population, on considère l'ensemble des couples homme-femme

1- On note les événements **H :** « L'homme est asthmatique » et **F :** « La femme est asthmatique »
On admet que les événements **H** et **F** sont **indépendants**

a- Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre 0.75



b- On note les événements :

A : « Aucun des deux adultes du couple n'est asthmatique »
B : « Un seul des deux adultes du couple est asthmatique »
C : « Les deux adultes du couple sont asthmatiques »

Montrer que $p(A) = 0{,}912$; $p(B) = 0{,}086$ et $p(C) = 0{,}002$ 0.75

2- Les études actuelles sur cette maladie montrent que :

- Si aucun des parents n'est asthmatique, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est 0,1
- Si un seul des parents est asthmatique, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est 0,3
- Si les deux parents sont asthmatiques, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est 0,5

On note **E** l'événement **:** « Le premier enfant du couple est asthmatique »

a- Construire l'arbre de probabilités traduisant la situation 0.75

b- Montrer que $p(E) = 0{,}118$ 1

c- Calculer $p(A|E)$ puis déduire $p(\overline{A}|E)$. Interpréter les résultats 0.75

d- Quelle est la probabilité qu'un enfant non asthmatique ait au moins un de ses parents asthmatiques 1

EXERCICE 3: 12 POINTS

BAREME

Les deux parties A et B peuvent êtres traitées indépendamment

Partie A

1- Soit g la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $g(x)=\begin{cases} x^2+1-2x^2\ln x & \text{si } x\neq 0 \\ g(0)=1 \end{cases}$

a-Vérifier que g est continue à droite en 0 — 0.5

b-Vérifier que g est dérivable à droite en 0 et que $g'_d(0)=0$ — 0.5

c-Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{g(x)}{x}=-\infty$. Interpréter graphiquement — 1.25

2-a-Montrer que g est dérivable sur $]0;+\infty[$ et que $g'(x)=-4x\ln x$ — 0.75

b-Dresser le tableau de variations de g — 0.5

c-Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α dans $]1;+\infty[$ — 0.5

d-En déduire le signe de g — 0.5

3-Tracer La courbe $\mathscr{C}_g$ (feuille annexe) — 0.75

4-Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{\ln x}{x^2+1}$

a-Justifier que f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et que $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x\left(x^2+1\right)^2}$ — 0.75

b-Dresser le tableau de variations de f — 1

c-Vérifier que $f(\alpha)=\dfrac{1}{2\alpha^2}$ — 0.5

d-Tracer La courbe $\mathscr{C}_f$ (feuille annexe) $(\alpha\simeq 1{,}9)$ — 0.5

Partie B

1- Soit F la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $F(x)=\displaystyle\int_1^x \frac{\ln t}{t^2+1}dt=\int_1^x f(t)dt$ — 0.5

Justifier que F est dérivable sur $]0;+\infty[$ et calculer $F'(x)$

2-Soit $x\in]0;+\infty[$.On utilisant une intégration par partie ; Montrer que $\displaystyle\int_1^x \frac{\ln t}{t^2}dt=1-\frac{1}{x}-\frac{\text{Ln}x}{x}$ — 0.75

3-a-Montrer que pour tout $x\succ 1$, $\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{x}-\dfrac{\text{Ln}x}{x}\right)\leq F(x)\leq\left(1-\dfrac{1}{x}-\dfrac{\text{Ln}x}{x}\right)$ — 0.75

b-Prouver que F admet une limite réelle ℓ en $+\infty$. Encadrer cette limite ℓ — 0.5

4- Soit G la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $G(x)=F(x)-F\left(\dfrac{1}{x}\right)$

a-Justifier que G est dérivable sur $]0;+\infty[$ et que $G'(x)=0$ — 0.75

b-En déduire que $F(x)=F\left(\dfrac{1}{x}\right)$ — 0.25

c-Montrer alors que $\lim\limits_{x\to0^+} F(x)=\ell$ — 0.5

FEUILLE ANNEXE

Nom **Prénom** **Classe**

EXERCICE 1:

Cocher la bonne réponse

1-La valeur moyenne de la fonction $f : x \to \dfrac{1}{(x+1)}$ sur [0;4] est égale à : 0.75

a. ☐ $\dfrac{1}{2}\ln 2$ **b.** ☐ $\dfrac{1}{4}\ln 5$ **c.** ☐ $\dfrac{1}{2}$

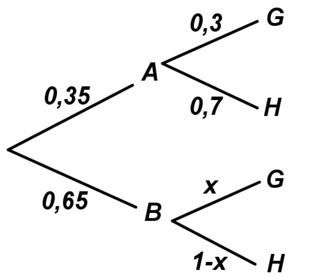
2-Soit $x \in \left]0;1\right[$ et $f(x) = \displaystyle\int_x^{x^2} \frac{1}{t^4+1}dt$, alors pour tout $x \in \left]0;1\right[$ 0.75

a. ☐ $f(x) \succ 0$ **b.** ☐ $f(x) \prec 0$ **c.** ☐ $f(x) = 0$

3- $\lim\limits_{x \to 0^+} \left[\mathrm{Ln}(1-\cos x) - \mathrm{Ln}x\right] =$ 0.75

a. ☐ 0 **b.** ☐ $-\infty$ **c.** ☐ $+\infty$

4-Les événements A et G étant supposés **indépendants**, x est égal à : 0.75



a. ☐ 0,1 b. ☐ 0,3 c. ☐ 0,36

EXERCICE 3:

Tracer les courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_f$ dans le repère si dessous