Lycée Ibn Sina Mahdia	Discipline : Mathématiques	Prof: GHAZI SFAXI	
Date :13/4/2019	Devoir de contrôle N°3	Classe:4ème Sc2	Durée:2h

Exercice N°1 (7 points)

On considère la fonction f définie sur $[-1,+\infty[$ par f(x) = $\sqrt{1+x}\ \ e^{-x}$.

(C_f) désigne la courbe représentative de f dans un plan muni d'un repère orthonormé (O,$\vec{i}$,$\vec{j}$) .

1/Etudier la dérivabilité de f à droite de -1. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2/Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3/ Dresser le tableau de variation de f.

4/a)Montrer que l'équation f(x)=x admet une solution unique α dans $\left[-\frac{1}{2},+\infty\right[$ et vérifier que $\frac{1}{2}<\alpha<1$.

b)Tracer (C_f) sur le repère (O,$\vec{i}$,$\vec{j}$).

5/a)Montrer que pour tout réel x,1+x $\leq e^x$.

b)En déduire que pour tout réel x ≥ -1,on a f(x)$\leq e^{\frac{-x}{2}}$.

6/Soit λ un réel supèrieur ou égal à 1 et S(λ)=$\int_1^{\lambda} f(x)dx$.

a)Donner une interprétation graphique du réel S(λ).

b)Montrer que pour tout λ ≥1,on a : 0≤ $S(\lambda)\ \leq \frac{2}{\sqrt{e}}$.

7/Soit (C) ={M(x,y) tels que y = f(x) ,-1≤ x ≤1}.Calculer le volume du solide S obtenu par rotation de (C) autour de l'axe des abscisses.

Exercice N°2 (8 points)

A/1/Soit f la fonction définie par f(x) = ln(2x+$\sqrt{1+4x^2}$).

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un plan muni d'un repère orthonormé (O,$\vec{i}$,$\vec{j}$) .

a)Montrer que f est définie sur $\mathbb{R}$.

b)Montrer que f est impaire.

c)Dresser le tableau de variation de f.

2/a)Montrer que ∀ x > 0, $\frac{f(x)}{x}=\frac{lnx}{x}+\frac{ln\left(2+\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}\right)}{x}$.

b)Déduire la nature de la branche infinie de (C_f) au voisinage de +∞.

3/a)Donner une équation cartésienne de la tangente T à (C_f) au point d'abscisse 0.

b)Tracer T et (C_f).

4/a)Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

Devoir.tn toutes les matières, tous les niveaux

b)Prouver que pour tout x réel de J , $f^{-1}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{4}$.

B/ On considère la suite réelle (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+4x^2}}\,dx \\ u_n = \int_0^1 \frac{x^n}{\sqrt{1+4x^2}}\,dx\ ; n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

1/Montrer que $u_0 = \frac{\ln(2+\sqrt{5})}{2}$.

2/a)Etudier la monotonie de la suite (u_n) .

b) Prouver que $\forall\ n \in \mathbb{N}^*,\ 0 \le u_n \le \frac{\sqrt{5}-1}{4}$.

3/a) Prouver que $\forall\ n \in \mathbb{N}^*,\ \frac{1}{(n+1)\sqrt{5}} \le u_n \le \frac{1}{n+1}$.

b) Déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

Exercice N°3 (5 points)

On soumet, à la naissance, une population d'enfants à un test pour dépister la présence d'un caractère génétique **A.**

La probabilité qu'un enfant ayant le caractère **A** ait un test positif est 0,99.

La probabilité qu'un enfant n'ayant pas le caractère **A** ait un test négatif est 0,98.

1/On utilise le test avec une population pour laquelle des études statistiques ont montré qu'un enfant sur 1000 était porteur du caractère **A**.

a) Déterminer la probabilité qu'un enfant prix au hasard dans la population étudiée ait un test positif.

b)Déterminer la probabilité qu'un enfant ayant un test positif soit porteur du caractère **A**.
Donner une valeur approchée de ce résultat en pourcentage avec une décimale.

2/On utilise le test avec une population pour laquelle des études statistiques ont montré qu'un enfant sur 100 était porteur du caractère **A**.
Déterminer la probabilité qu'un enfant ayant un test positif soit porteur du caractère **A**.
Donner une valeur approchée de ce résultat en pourcentage avec une décimale.

3/On utilise le test avec une population pour laquelle des études statistiques ont montré qu'un enfant avait une probabilité **p** d'être porteur du caractère **A**.

a) Déterminer la probabilité qu'un enfant prix au hasard dans la population étudiée ait un test positif.

b) Déterminer, en fonction de **p**, la probabilité V(**p**) qu'un enfant ayant un test positif soit porteur du caractère **A** .

c)Représenter V(**p**) en fonction de p .

d)On considère que le test est fiable lorsque la probabilité qu'un enfant ayant un test positif soit porteur du caractère **A** est supérieure à 0,95 (Voisine de 1).
A partir de quelle valeur de **p** le test est-il fiable ?

Devoir.tn toutes les matières, tous les niveaux