

Devoir de contrôle N°4

LS :02/03/34

Goubellat

Date :29/04/2017

Classe :4^{ème} année

Prof :Hamdi

Section: Sciences Expérimentales

Epreuve: Mathématique

Durée:2h

Coefficient:3

EXERCICE N° 1 (4.5 Pts)

On considère l'équation différentielle (E) : $y' - 3y = 3(e^{3x} - 1)$

1 °) Montrer que la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = 3xe^{3x} + 1$ est solution de l'équation de (E)

2 °) Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R}

a°/ Montrer que f est solution de (E) si et seulement si (f - h) est solution de l'équation (E') : $y' - 3y = 0$

b°/ Résoudre l'équation différentielle (E')

c°/ En déduire les solutions de l'équation différentielle (E)

3 °) Soit g la solution de l'équation (E) telle que $g(0) = 0$

a°/ Trouver g (x) puis calculer $g\left(\frac{1}{3}\right)$

b°/En remarquant que $g(x) = \frac{1}{3} g'(x) - e^{3x} + 1$, calculer $\int_0^{\frac{1}{3}} (1 - g(x)) dx$

EXERCICE N° 2 (5 Pts)

Un sondage effectué dans une région montagneuse à propos de la construction d'un barrage a donné les résultats suivants

* 65 % des personnes interrogées sont contre la construction de ce barrage

* Parmi les personnes qui sont contre la construction du barrage, 70% sont des écologistes

* Parmi les personnes favorables à la construction 20% sont des écologistes

On note par : B : * La personne interrogée est pour la construction du barrage*

E ; *La personne interrogée est écologiste*

1 °) Modéliser les hypothèses par un arbre pondéré

2 °) Calculer la probabilité des événements suivants

a°/ la personne interrogée est pour la construction du barrage et elle est écologiste

b°/ la personne interrogée est contre la construction du barrage et elle est écologiste

c°/ La personne interrogée est écologiste

d°/ La personne interrogée est pour la construction du barrage sachant qu'elle est écologiste

3 °) On choisit maintenant cinq personnes parmi les personnes interrogées et on note X la variable aléatoire réelle prenant pour valeur le nombre des écologistes

a°/ Déterminer la probabilité d'avoir au moins une personne écologiste

b°/ Déterminer $E(X)$ et $V(X)$

EXERCICE N° 3 (4.5 Pts)

On a mesuré entre 1989 et 1994, l'effet de la population sur une population piscicole d'une rivière. Les résultats présentés dans le tableau suivant donnent une estimation du nombre Y_i de poissons, exprimé en milliers, correspondant à l'année dont le rang est X_i .

Année	1989	1990	1991	1992	1993	1994
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	591,3	106,7	96,5	63,2	21	9,4

1 °) On considère la série statistique double (X_i, Y_i)

Calculer le coefficient de corrélation entre X et Y. Expliquer pourquoi un ajustement linéaire ne paraît pas bien adapté

2 °) On pose : $Z_i = \text{Log } Y_i$

a°/ Calculer les nombres Z_i (les nombres Z_i seront arrondis au millième)

b°/ Ecrire une équation de la droite d'ajustement affine D de Z en X obtenu par la méthode des moindres carrés (a et b seront arrondis au millième)

3 °) a°/ En déduire la relation $Y = (1237,69)e^{-0,817X}$

b°/ Donner une estimation de la population de cette rivière en l'an 2010

c°/ A partir de quelle année, cette population sera-t-elle strictement inférieure à 1000

EXERCICE N° 4 (6 Pts)

I°) Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = x + (x - 2) \text{Log } x$

1 °) a°/ Montrer que $g'(x) = 2 \frac{x-1}{x} + \text{Log } x$

b°/ En déduire que : si $x > 1$ alors $g'(x) > 0$

et si $0 < x < 1$ alors $g'(x) < 0$.

2 °) a°/ Etudier les variations de g.

b°/ En déduire que, pour tout réel x strictement positif, on a : $g(x) \geq 1$

II°) Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = 1 + x \text{Log } x - (\text{Log } x)^2$.

1 °) a°/ Vérifier que $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ et étudier les variations de f.

b°/ En déduire que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera.

- 2 °) Soit (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé (unité : 2 cm). Dans le graphique ci-joint on a tracé la courbe (C) et la droite $\Delta : y = x$
- a°/ Calculer $f(1)$ et $f(e)$
- b°/ Tracer, dans le même repère, la courbe (C') représentative de la fonction f^{-1}
- 4 °) a°/ Calculer les intégrales : $I = \int_1^e x \operatorname{Log} x \, dx$ et $J = \int_1^e (\operatorname{Log} x)^2 \, dx$
- b°/ On désigne par A l'aire en (cm²) de la partie du plan limitée par les courbes (C) et (C'). Calculer A

BONNE CHANCE

Nom :.....

Prénom :.....

Classe :.....

