

## Devoir de contrôle N°4

LS :02/03/34

Goubellat

Date :29/04/2017

Classe :4<sup>ème</sup> année

Prof :Hamdi

Section: Sciences Expérimentales

Epreuve: Mathématique

Durée:2h

Coefficient:3

### EXERCICE N° 1 ( 4.5 Pts )

On considère l'équation différentielle ( E ) :  $y' - 3y = 3(e^{3x} - 1)$

1 °) Montrer que la fonction h définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = 3xe^{3x} + 1$  est solution de l'équation de ( E )

2 °) Soit f une fonction dérivable sur  $\mathbb{R}$

a°/ Montrer que f est solution de ( E ) si et seulement si ( f - h ) est solution de l'équation ( E ' ) :  $y' - 3y = 0$

b°/ Résoudre l'équation différentielle ( E ' )

c°/ En déduire les solutions de l'équation différentielle ( E )

3 °) Soit g la solution de l'équation ( E ) telle que  $g(0) = 0$

a°/ Trouver g ( x ) puis calculer  $g\left(\frac{1}{3}\right)$

b°/En remarquant que  $g(x) = \frac{1}{3} g'(x) - e^{3x} + 1$ , calculer  $\int_0^{\frac{1}{3}} (1 - g(x)) dx$

### EXERCICE N° 2 ( 5 Pts )

Un sondage effectué dans une région montagneuse à propos de la construction d'un barrage a donné les résultats suivants

\* 65 % des personnes interrogées sont contre la construction de ce barrage

\* Parmi les personnes qui sont contre la construction du barrage, 70% sont des écologistes

\* Parmi les personnes favorables à la construction 20% sont des écologistes

On note par : B : \* La personne interrogée est pour la construction du barrage\*

E ; \*La personne interrogée est écologiste\*

1 °) Modéliser les hypothèses par un arbre pondéré

2 °) Calculer la probabilité des événements suivants

a°/ la personne interrogée est pour la construction du barrage et elle est écologiste

b°/ la personne interrogée est contre la construction du barrage et elle est écologiste

c°/ La personne interrogée est écologiste

d°/ La personne interrogée est pour la construction du barrage sachant qu'elle est écologiste

- 3 °) On choisit maintenant cinq personnes parmi les personnes interrogées et on note X la variable aléatoire réelle prenant pour valeur le nombre des écologistes
- a°/ Déterminer la probabilité d'avoir au moins une personne écologiste
- b°/ Déterminer  $E(X)$  et  $V(X)$

### EXERCICE N° 3 ( 4.5 Pts )

On a mesuré entre 1989 et 1994, l'effet de la population sur une population piscicole d'une rivière. Les résultats présentés dans le tableau suivant donnent une estimation du nombre  $Y_i$  de poissons, exprimé en milliers, correspondant à l'année dont le rang est  $X_i$ .

Année	1989	1990	1991	1992	1993	1994
Rang de l'année $x_i$	1	2	3	4	5	6
$y_i$	591,3	106,7	96,5	63,2	21	9,4

- 1 °) On considère la série statistique double  $(X_i, Y_i)$
- Calculer le coefficient de corrélation entre X et Y. Expliquer pourquoi un ajustement linéaire ne paraît pas bien adapté
- 2 °) On pose :  $Z_i = \text{Log } Y_i$
- a°/ Calculer les nombres  $Z_i$  ( les nombres  $Z_i$  seront arrondis au millième)
- b°/ Ecrire une équation de la droite d'ajustement affine D de Z en X obtenu par la méthode des moindres carrés ( a et b seront arrondis au millième)
- 3 °) a°/ En déduire la relation  $Y = (1237,69)e^{-0,817X}$
- b°/ Donner une estimation de la population de cette rivière en l'an 2010
- c°/ A partir de quelle année, cette population sera-t-elle strictement inférieure à 1000

### EXERCICE N° 4 ( 6 Pts )

I°) Soit g la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $g(x) = x + (x - 2) \text{Log } x$

1 °) a°/ Montrer que  $g'(x) = 2 \frac{x-1}{x} + \text{Log } x$

b°/ En déduire que : si  $x > 1$  alors  $g'(x) > 0$   
et si  $0 < x < 1$  alors  $g'(x) < 0$ .

2 °) a°/ Etudier les variations de g.

b°/ En déduire que, pour tout réel x strictement positif, on a :  $g(x) \geq 1$

II°) Soit f la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $f(x) = 1 + x \text{Log } x - (\text{Log } x)^2$ .

1 °) a°/ Vérifier que  $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$  et étudier les variations de f.

b°/ En déduire que f admet une fonction réciproque  $f^{-1}$  définie sur un intervalle J que l'on précisera.

- 2 °) Soit (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé (unité : 2 cm). Dans le graphique ci-joint on a tracé la courbe ( C ) et la droite  $\Delta : y = x$
- a°/ Calculer  $f(1)$  et  $f(e)$
- b°/ Tracer, dans le même repère, la courbe (C') représentative de la fonction  $f^{-1}$
- 4 °) a°/ Calculer les intégrales :  $I = \int_1^e x \operatorname{Log} x \, dx$  et  $J = \int_1^e (\operatorname{Log} x)^2 \, dx$
- b°/ On désigne par A l'aire en (cm<sup>2</sup>) de la partie du plan limitée par les courbes (C) et (C'). Calculer A

**BONNE CHANCE**

Nom :.....

Prénom :.....

Classe :.....

