LYCÉE OUED ELLIL

DEVOIR DE CONTROLE N° 4

MATHÉMATIQUES

CLASSES : 4$^{\text{IEME}}$ ANNÉE SECONDAIRE

SECTION: SCIENCES EXPÉRIMENTALES

DURÉE : 2 HEURES

PROF : BELLASSOUED MOHAMED

ANNÉE SCOLAIRE : 2017-2018

EXERCICE 1: 6 POINTS

BAREME

Les deux parties A et B sont indépendantes

A Pour chacune des questions suivantes une seule des quatre réponses proposées est exacte.
L'élève indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant a la réponse choisie.
Les réponses doivent êtres justifiés .

1- Soit f la fonction define sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{e^{2x}+e^{-2x}}{2}$, alors $f'(x)=$ 0.75

a) $\dfrac{e^{2x}+e^{-2x}}{2}$ b) $\dfrac{e^{2x}-e^{-2x}}{2}$ c) $e^{2x}+e^{-2x}$ d) $e^{2x}-e^{-2x}$

2- $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}\right)dx=$ 0.75

a) 0 b) -1 c) 1 d) $\ln 2$

3-Dans une classe de 33 élèves de Terminale , 14 élèves sont des filles et 5 d'entre elles ont choisi la spécialité mathématiques. On interroge au hasard un élève de cette classe. 0.75
On note F l'événement : «l'élève est une fille » et M l'événement : « l'élève a choisi la spécialité mathématiques ».

Laquelle de ces probabilities est égale à $\dfrac{5}{14}$?

a) $P(M\cap F)$ b) $P(M|F)$ c) $P(F|M)$ d) $P(M)$

4- On considère une pièce de monnaie dont la probabilité d'obtenir face est $p(F)=\dfrac{1}{3}$ 0.75
On lance la pièce cinq fois de suite . X est la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre de fois ou face est apparu . $p(X=2)=\cdots\cdot$

a) $\dfrac{1}{9}$ b) $\dfrac{1}{243}$ c) $\dfrac{80}{243}$ d) $\dfrac{40}{243}$

B On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0;16]$ par :

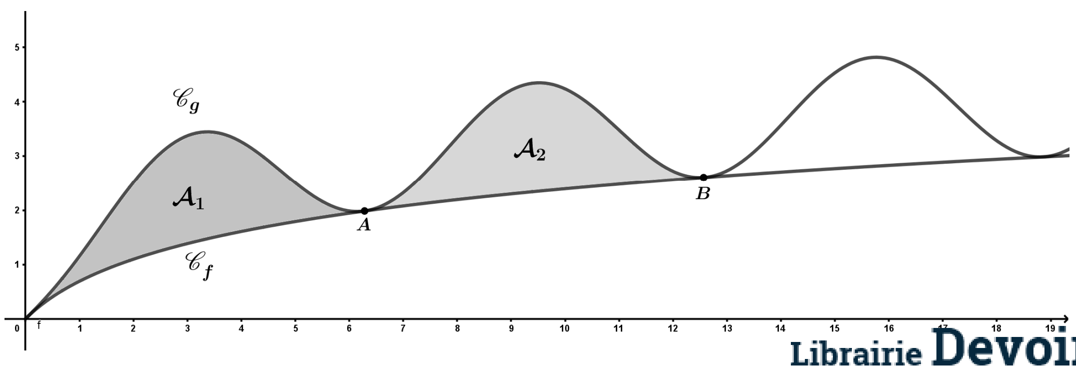
$$f(x)=\ln(x+1) \text{ et } g(x)=\ln(x+1)+1-\cos x$$

On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives de f et g dans un repère orthonormé

A et B sont deux points d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$

1-Déterminer les abscises des points A et B 1

2-Montrer que les deux aires grises $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ sont égaux 2



EXERCICE 2: 8.5 points

BAREME

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=e^x - x - 1$. On note Γ la courbe représentative de g

1-Dresser le tableau de variation de g on précisant les limites de g en $-\infty$ et $+\infty$. 2

2-En déduire que, pour tout réel x, on a : $e^x \geq x+1$ 0.5

3-Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan comprise entre Γ, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=0$ et $x=1$. 1

4-On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{xe^x}{e^x-1} \text{ si } x \neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormée $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

a-Déterminer la limite de f en $-\infty$. Interpréter graphiquement le résultat 0.5

b-Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ 0.75

5-Montrer que f est continue en 0. 1

6-Montrer que la droite $\mathscr{D}$: $y = x$ est une asymptote à $\mathscr{C}$ au voisinage de $+\infty$ 1

7-a-Montrer que pour tout réel x non nul, $f'(x)=\dfrac{e^x g(x)}{(e^x-1)^2}$ 1

b-Donner le tableau des variations de f.(on admet que f est dérivable en 0) 0.75

EXERCICE 3: 5.5 points

Une usine d'horlogerie fabrique une série de montres. Au cours de la fabrication peuvent apparaître deux types de défauts, désignés par a et b.

2% des montres fabriquées présentent le défaut a et 10% le défaut b.
Une montre est tirée au hasard dans la production. On définit les évènements suivants :

A : « la montre tirée présente le défaut a »
B : « la montre tirée présente le défaut b »
C : « la montre tirée ne présente aucun des deux défauts »
D : « la montre tirée présente un et un seul des deux défauts ».

On suppose que les évènements A et B sont **indépendants.**

1-a-Calculer $p(A \cap B)$ et $p(A \cup B)$ 1

b-En déduire que $p(C) = 0{,}882$ 0.75

2. Calculer la probabilité de l'évènement D. 1

3. Au cours de la fabrication, on prélève au hasard successivement avec remise cinq montres. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque prélèvement de cinq montres, associe le nombre de montres ne présentant aucun des deux défauts a et b.

4-a-Déterminer la loi de probabilité de X 1

b-Déterminer l'espérance E(X) et l'écart type $\sigma(X)$ 0.75

5-On définit l'évènement E : « **quatre montres au moins n'ont aucun défaut** ». 1

Calculer la probabilité de l'évènement E. On en donnera une valeur approchée à 10^{-3} près.