| LYCEE SECONDAIRE DE REJICHE A.S :08/09 | DEVOIR DE SYNTHESE N°1 MATHEMATIQUE Durée :2h | CLASSE :4Sex1 PROF:Mr:ATAOUI |
|---|---|---|

**Exercice1(3pts)**

Choisir la bonne réponse**:**

1)f une fonction dérivable sur [-2,2] dont le tableau de variation de f ’est le suivant

| x | -2 0 2 |
|---|---|
| f ’(x) | 1 ↘ -3 |

alors:

a) f admet un maximum en 0 b) f admet un minimum en 0

c)f est croissante sur [-2,2] d) f est décroissante sur [-2,2]

2) si $\lim_{x\to 0} f(x)=1$ et $f(0)=3$ alors $\lim_{x\to -\infty} f(3/x)$ est égale à:

a) 2 b) 1 c) 3 d) -3

3)f définie sur [2,4] par f(x)= $\sqrt{x-2}(\sqrt{x}-2)$ alors f admet :

a) aucune tangente horizontale

b) au moins une tangente horizontale

c) une demi tangente horizontale au point d’abscisse 2

d) une demi tangente horizontale au point d’abscisse 4

**Exercice2(0,5+1,5+1,5+0,5+1,25+0,75=6pts)**

**Soit $P(z)=z^3-(2+i)z^2+(2i+1-e^{-4i\alpha})z-i+ie^{-4i\alpha}$** $\alpha \in ]0,\pi[ \setminus \{\frac{\pi}{2}\}$

1)Verifier que P(i)=0.

2) Résoudre alors dans C l’équation P(z)=0.

3)Le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ soient A, BetC les points d’affixes respectives $a=i$ , $b=1+e^{-2i\alpha}$ et $c=1-e^{-2i\alpha}$

i) Ecrire sous forme trigonometrique :b ,c et $\frac{c}{b}$

ii)Montrer que OCB est un triangle rectangle puis déterminer α pourqu’il soit isocéle.

iii)Déterminer et construire l’ensemble des points B lorsque α varie .

**Exercice3(1+0,5+0,75×4+0,5=5pts)**

Soit U la suite réelle definie sur IN par : $U_0=1$ et $U_{n+1}=1+\frac{1}{1+U_n}$

1)Monter que pour tout n : $U_n\geq 1$ et $U_n\neq\sqrt{2}$

2)Vérifier que pour tout n : $U_{n+2}=\frac{3U_n+4}{2U_n+3}$

3)Soit $T_n=U_{2n}$ et $S_n=U_{2n+1}$

a-Montrer que :$T_n$ est majorée par √2 et croissante.

b-Montrer que :$S_n$ est minorée par √2 et decroissante.

c-Montrer que pour tout n :$0<S_{n+1}-T_{n+1}\leq\frac{1}{2}(S_n-T_n)$

d-$S_n$ et $T_n$ sont - elles adjacentes ?,justifier.

4) Montrer que $U_n$ converge vers √2.

**Exercice 4(1,5+1+0,5+1+1+1=6pts)**

Soit $f(x)=\frac{x^2+1}{x^2+x+1}$ ; x∈IR

1) Dresser le tableau de variation de f ; puis tracer la courbe C de f dans un repère orthonormé.

Devoir.tn
toutes les matières, tous les niveaux

2) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution $\alpha$ dans $[\frac{2}{3},1]$ .

3) En déduire la position de C et la droite D d'équation $y=x$.

4) Montrer que pour tout $x \in [\frac{2}{3},1]$ : $|f'(x)| \leq \frac{5}{9}$

5)En déduire que pour tout x et y de $[\frac{2}{3},1]$ : $|f(x)-f(y)| \leq \frac{5}{9}|x-y|$ .

6) Soit $\Phi(x)=[f(\tan(x)]$ pour $x \in ]\frac{-\pi}{2},0]$;montrer que $\Phi$est dérivable et déterminer $\Phi'$.

**BON TRAVAIL**

Devoir.tn
toutes les matières, tous les niveaux