Lycée Fattouma Bourguiba Monastir *Classe : 4 sc$_{1\text{-}2}$*	*Devoir de synthèse* N°1 *EN MATHEMATIQUES*	*Prof : M Daly*

EXERCICE N°1 :

I- Cocher la réponse exacte.

1) $e^{i\frac{\pi}{4}} + e^{-i\frac{\pi}{4}} = \ldots$

a) 0 b) 1 c) $\sqrt{2}$

2) Soit z un nombre complexe vérifiant : $\bar{z} + |z| = 6 - 2i$ alors :

a) $z = \frac{8}{3} - 2i$ b) $z = \frac{8}{3} + 2i$ c) $z = -\frac{8}{3} + 2i$

3) La suite (U) définie sur N par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_n = n \sin(\frac{1}{n}) \text{ si } n > 0 \end{cases}$

$\lim_{n\to+\infty} U_n = \ldots$

a) 0 b) 1 c) $+\infty$

4) Si pour tout n $\in$ N, $|U_n - 1| \leq \frac{2}{n+1}$ alors $\lim_{n\to+\infty} U_n = ..$

a) $-\infty$ b) 1 c) 0

II- Répondre par vrai ou faux sans justifier la réponse :

1) Toute suite bornée convergente.

2) Deux suites qui convergent vers la même limite sont adjacentes.

EXERCICE N°2 :

1- Résoudre dans C l'équation : $z^2 + (2-i)z + 1 - i = 0$

2- Soit dans C l'équation (E_θ) : $z^2 - (2\cos\theta + i)z + 1 + ie^{i\theta} = 0$

a) Vérifier que $z' = e^{i\theta}$ est une solution de l'équation (E_θ).

b) Déterminer alors l'autre solution z''.

3- Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Soit les points A, B et C d'affixes respectives : $a = \frac{1}{2}$, $b = e^{i\theta}$ et $c = i + e^{-i\theta}$.

a) Vérifier que $c - a = \overline{b - a}$.

b) Montrer que le triangle ABC est isocèle en A.

c) Déterminer l'affixe du point D pour que ABCD soit un losange.

d) Montrer que BC = $|1 - 2sin\theta|$ et AD = $|2cos\theta|$.

e) Déterminer les valeurs de θ de [0,π] pour que ABCD soit un carré.

EXERCICE N°3 :

Soit la fonction f définie sur]-∞ ; -1] par :

$f(x) = \sqrt{x^2 + x} - 2$

1- f est-elle dérivable à gauche en -1 ? Interpréter ce résultat.

2- a) Montrer que f est dérivable sur]-∞ ; -1[et déterminer f'(x).

b) Dresser le tableau de variation de f.

3- Montrer que f réalise une bijection de]-∞ ; -1] sur un intervalle qu'on précisera.

4- Soit g(x) = f(x) – x sur]-∞ ; -1]

a) Donner le tableau de variation de g.

b) En déduire que l'équation f(x) = x admet une seule solution α et que $-2<\alpha<-1$

5- Expliciter f^{-1}

EXERCICE N°4 :

1- Soit la fonction f définie sur [1,+∞[par : $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$

Démontrer que pour tout réel x ≥ 1, f(x) ≥ 1.

2- Soit l suite $(U_n)_{n\in N}$ définie par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1}=f(U_n),\ \forall n\in N \end{cases}$

a) Montrer que pour tout n de N, $U_n \geq 1$

b) Montrer que la suite (U_n) est décroissante.

c) Montrer que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite.