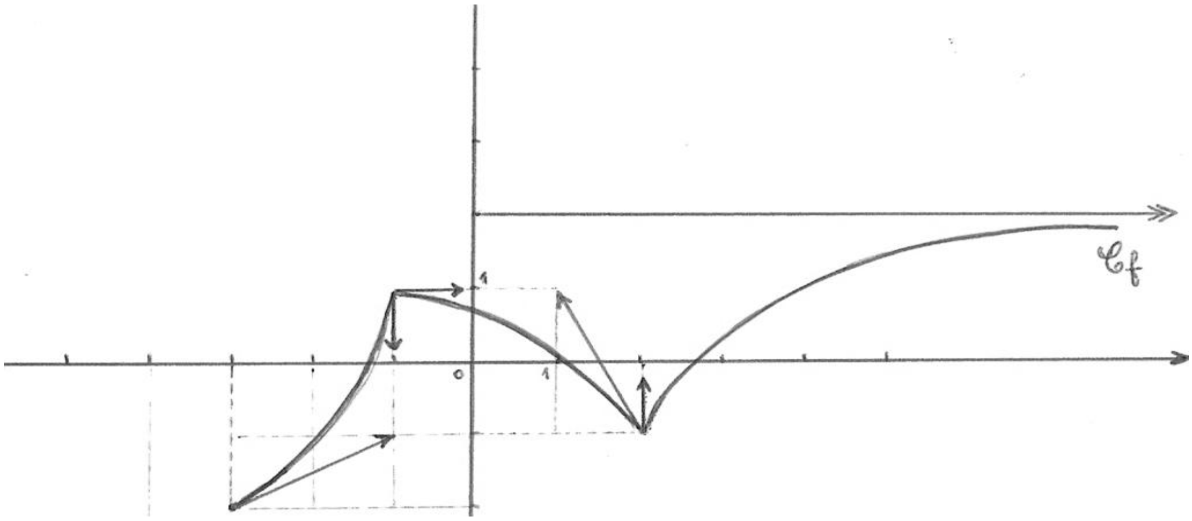
Lycée Rue Taib El Mhiri	Devoir De Synthèse n°1 En Mathématiques	Classe 4 Sexp 1 Durée 2 H
Prs. : S - CHENIOUR		Le 9/12/09

<u>EXERCICE N°1:</u> (3 points)

Soit la fonction f représentée par le graphique ci-dessous dans un repère orthonormé.



A) En utilisant la courbe de la fonction f, choisir sans justification la seule bonne réponse :

1) L'ensemble de définition D de f est :

a) $-2,+\infty$ b) $-3,+\infty$ c) $-3,2$

2) f_d' -3 =

a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) N'existe pas

3) La fonction f est dérivable

a) à droite en (-1) b) à gauche en (-1) c) en (-1)

B) 1) Calculer $f'_g(2)$ et $\lim\limits_{x\to 2^+} \frac{f(x)+1}{x-2}$

2) Dresser le tableau de variation de f.

<u>EXERCICE N°2:</u> (3 points)

Soit le nombre complexe : $a = 4\sqrt{2}\ \ 1\text{-}i$.

1) Mettre a sous la forme exponentielle.

2) Déterminer les racines cubiques de a.

3) On désigne par A, B et C les images des racines dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct.

a) Donner la nature du triangle ABC et préciser le cercle circonsrit au triangle ABC.

b) Placer alors les points A, B et C.

EXERCICE N°3: **(4 points)**

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

On considère les points $A(3;0;-1)$, $B(1;2;-3)$, $C(3;2;6)$ et $D(1;2;0)$

1) Soit Δ la droite passant par C et de vecteur directeur $\vec{u}=\vec{i}+3\vec{k}$.
Déterminer la distance du point A à la droite Δ.

2) a) Montrer que les points A, B, Cet D ne sont pas coplanaires.

b) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AD}$. Déduire l'aire du triangle ABD.

c) Calculer le volume du tétraèdre ABDC.

d) Déduire la hauteur du tétraèdre ABDC issue de C.

EXERCICE N°4: **(5 points)**

1) Soit la fonction g définie sur IR par : g (x) = $2x^3 + x - 2$.

a) Dresser le tableau de variation de g.

b) Montrer que l'équation g (x) = 0 admet une unique solution α dans IR et que $0,8<\alpha<0,9$.

c) Déterminer le signe de la fonction g sur IR.

2) On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x)=\sqrt{x^4+x^2-4x+4}$.

a) Calculer la fonction dérivée de f, vérifier que $f'(x)=\dfrac{g(x)}{f(x)}$.

b) Dresser le tableau de variations de f

EXERCICE N°5: **(5 points)**

Le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$.

1) Soit α un réel et on désigne par (E) l'équation : $z^2-(1+2\cos\alpha)z+1+\cos\alpha-i\sin\alpha=0$

a- vérifier que : $4\cos^2\alpha+4i\sin\alpha-3=(1+2i\sin\alpha)^2$

b- Résoudre alors dans IC l'équation (E).

2) Soient A et B deux points d'affixes respectives : $z_A = e^{-i\alpha}$ et $z_B=1+e^{i\alpha}$, avec α un réel de l'intervalle $I=\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$.

a- Montrer que $z_B=2\cos\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)e^{i\frac{\alpha}{2}}$ puis déduire $\dfrac{z_B}{z_A}$ sous forme exponentielle.

b- Déterminer alors α pour que le triangle OAB soit rectangle en O.

3) Soit C le symétrique du point A par rapport à l'axe des abscisses.

a- Vérifier que $\dfrac{Z_{\overrightarrow{CA}}}{Z_{\overrightarrow{CB}}}=-2i\sin(\alpha)$.

b- Déduire l'affixe du point D pour que le quadrilatère ACBD soit un rectangle.

c- Déterminer α pour que ACBD soit un carré.