L. l'excellence-Kef/4SC1	DS n°1	SMAALI.Mondher

EXERCICE N°1 :

1/ Soit $\theta \in]0, \pi[$.On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation(E) : $Z^2 - 2\cos\theta\, Z + 1 = 0$

a)- Vérifier que : $e^{i\theta}$ est solution de (E)

b)- Déduire la deuxième solution de (E)

2/ On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E ') : $Z^3 - (i + 2\cos\theta) Z^2 + (1 + 2\cos\theta) Z - i = 0$

a)- Vérifier que i est une solution de (E)

b)- Terminer la résolution de (E') dans $\mathbb{C}$

3/ Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$

On considère les points A, B et C d'affixes respectives $Z_A = i$; $Z_B = e^{i\theta}$ et $Z_C = e^{-i\theta}$

On prend $\theta \in]0, \pi[/ \{\frac{\pi}{2}\}$

a)- Montrer que le triangle ABC est isocèle en B si et seulement si $2\sin^2\theta + \sin\theta - 1 = 0$

b)- Trouver θ pour que le triangle ABC soit isocèle en B.

EXERCICES N° 2 :

1)- Soit f la fonction défini sur$]0, +\infty[$par $f(x) = \frac{x^2+2}{2x}$

Déterminer le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

2) a/ Montre que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f(x) \geq \sqrt{2}$

b) Montre que pour tout $x \geq \sqrt{2}$ on a $f(x) \leq x$

3) Soit la suite U_n définie sur IN* par $U_1=3/2$, $U_{n+1} = \frac{U_n^2+2}{2\,U_n}$ pour tout n ∈ IN.

a)- Montrer que pour tout n ∈ IN*, on a : $U_n \geq \sqrt{2}$

b)- Montrer que (U_n) est décroissant.

c)- Déduire que (U_n) est convergente et déterminer sa limite.

4/ a)-Montrer que pour tout n ∈ IN* $0 \leq U_{n+1} - \sqrt{2} \leq \frac{1}{2}(U_n - \sqrt{2})$

b)- Retrouver Lim U_n.

EXERCICES N° 3 :

Le plan P est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Soit la fonction f définie sur $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ par $f(x) = 1+4\sin x$.

1/- Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation

2/- Montrer que f est une bijection de $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ sur un intervalle J que l'on précisera

3/- Montrer que $f(x) = 0$ admet une solution unique $a \in]-\frac{\pi}{2}, 0[$

4/- Calculer $f^{-1}(1-2\sqrt{2})$

5/-a) Trace C_f^{-1} dans le plan P en précisant les deux demi tangentes aux points d'abscisses $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$

b) Tracer la courbe représentative C_f^{-1} de f^{-1} dans le même plan P

6/-a) Montrer que f^{-1} est dérivable sur $f(]-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}[)$

b) Déterminer la fonction dérivée de f^{-1}.