

Exercice 1(4 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse proposée est exacte. la quelle

L'équation $z^2 - (1+2i)z + i = 0$ admet dans \mathbb{C} deux solutions z_0 et z_1 qui vérifient :

a) $z_0 \times z_1 = -i$ b) $z_0 + z_1 = 1+2i$ c) $|z_0| = |z_1|$

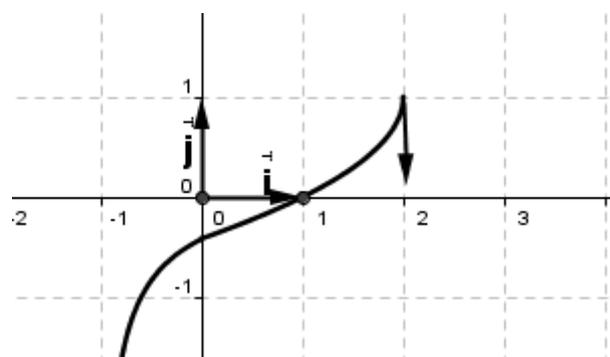
2) le complexe $(1+i)$ est une racine quatrième de

a) 4 b) $4i$ c) -4

3) Soit f une fonction dérivable sur $[-1, +\infty[$ telle que $|f'(x)| \leq 2$ pour tout $x \in [-1, +\infty[$ alors

a) $|f(x) - f(-1)| \leq 2|x|$ b) $|f(x) - f(-1)| \leq 2|x + 1|$ c) $|f(x) - f(-1)| \leq 2$

4) La courbe ci dessous est celle d'une fonction continue sur $]-1, 2]$



a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = -\infty$

b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = +\infty$

c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 2$

Exercice 2 (6 points)

Soit dans \mathbb{C} l'équation (E) : $z^2 - (1+3i)z - 2 + i = 0$

1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E)

2) On pose $f(z) = z^3 - (2+3i)z^2 + (4i-1)z + 2 - i$

a) Montrer que l'équation $f(z)=0$ admet dans \mathbb{C} une solution réelle que l'on déterminera

b) Déterminer les complexes b et c tels que $f(z) = (z-1)(z^2 + bz + c)$ quelque soit $z \in \mathbb{C}$

c) Résoudre alors l'équation $f(z) = 0$

3) Soit dans le plans muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$ les points A $(1+2i)$, B (i) et C (1)

a) placer les points A, B et C puis déterminer la nature du triangle ABC

b) Déterminer l'aire du trapèze OBAC

Exercice 3(6points)

Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1)a) Vérifier que pour tout $x > 0$ on a : , En déduire que f est continue à droite en 0

b) Montrer que f est dérivable à droite en 0.

c) Déterminer une équation cartésienne de la demi tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

2)a) Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que $f'(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2\sqrt{x^2+1}}$

b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis dresser le tableau de variation de f sur $[0, +\infty[$

Exercice 4(4 points)

Soit $f(x) = \sqrt{1 + \cos(\pi x)}$, $x \in [0, 1]$

1) Justifier que f est dérivable sur $[0, 1[$ et que $f'(x) = \frac{-\pi \sin(\pi x)}{2f(x)}$

2)a) Montrer que pour tout $x \in [0, \frac{1}{2}]$, on a $|f'(x)| \leq \frac{\pi}{2}$

b) En déduire que pour tout $x \in [0, \frac{1}{2}]$ on a $|f(x) - 1| \leq \frac{\pi}{2}(\frac{1}{2} - x)$