

EXERCICE N°1 (3 points)

Pour chaque question une seule réponse est exacte. L'exercice consiste à cocher la réponse exacte.

1) Soit f la fonction définie par $f(x)=x(x-1)(x-2)$ et ζ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

ζ admet exactement

- a) Aucune tangente horizontale b) 1 tangente horizontale c) 2 tangentes horizontales

2) Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} telle que $f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$ pour tout réel x et $f(0)=0$.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ est égale à

- a) 0 b) 1 c) n'existe pas

3) Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ si $x \in \mathbb{R}^*$ et $f(0)=0$.

i) $f'(0)$ est égal :

- a) 1 b) -1 c) 0

ii) Pour tout réel non nul x , $f'(x)$ est égale à :

- a) $2x \cos\left(\frac{1}{x}\right)$. b) $2x \sin\left(\frac{1}{x}\right) - \cos\left(\frac{1}{x}\right)$. c) $2x \sin\left(\frac{1}{x}\right) + \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

EXERCICE N°2 (5 points)

Dans le graphique ci dessous: (C) et (C') sont deux courbe représentatives, dans un repère orthonormé d'une fonction f dérivable sur \mathbb{R} et de sa fonction dérivée f' qui est aussi dérivable sur \mathbb{R} , chacune des deux courbes (C) et (C') possède :

- Une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $-\infty$
- Une asymptote $\Delta : y = 0$ au voisinage de $+\infty$
- La droite T est la tangente à (C') au point d'abscisse 0.

1) Par une lecture graphique :

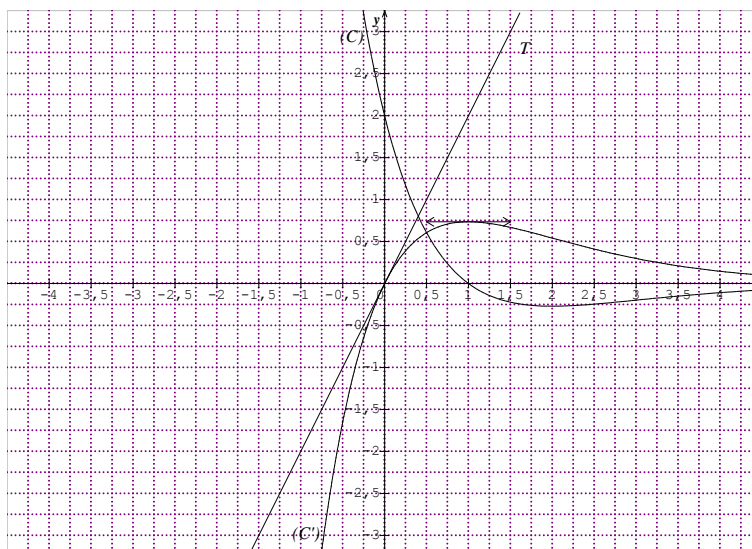
- a) Justifier que la courbe (C') est celle qui représente la fonction f .
 b) Déterminer $f(0)$, $f'(0)$ et $f'(1)$.

2) a) Déterminer une équation cartésienne de T .

- b) Donner une valeur approchée de $f(-0.01)$ à 10^{-2} près.

3) Dresser le tableau de variation de f .

4) Soient $A(0,2)$ et $B(1,0)$. Montrer que (C) admet une tangente parallèle à la droite (AB) .



EXERCICE N°3 (6 points)

1) Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

a) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans $]0, +\infty[$ une solution unique a . Vérifier que $1 < a < 2$.

b) Montrer que pour tout x de $[1,2]$ on a : $f(x) \in [1,2]$ et que $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$.

2) Soit U la suite définie par $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = f(U_n)$.

a) Montrer que pour tout entier n on a : $1 \leq U_n \leq 2$.

b) Montrer que pour tout entier n on a : $|U_{n+1} - a| \leq \frac{1}{2}|U_n - a|$ et que $|U_n - a| \leq (\frac{1}{2})^n$.

c) En déduire que la suite U est convergente et déterminer sa limite.

EXERCICE N°4 (6 points)

Dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes on considère l'équation

$$(E_\theta) : Z^3 - 3iZ^2 - (3 + e^{2i\theta})Z + i(1 + e^{2i\theta}) = 0. \text{ Avec } \theta \text{ un réel de }]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$$

1- Vérifier que i est solution de (E_θ) .

2- Résoudre alors l'équation (E_θ)

3- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v})

On considère les points I, M_1 et M_2 d'affixes respectives $i, Z_1 = i + e^{i\theta}$ et $Z_2 = i - e^{i\theta}$.

a- Montrer que I est le milieu du segment $[M_1 M_2]$

b- Déterminer l'ensemble (E_1) des points M_1 lorsque θ varie dans $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.

c- En déduire l'ensemble (E_2) des points M_2 .

4- a- Montrer que si $OM_1 = OM_2$ alors $\theta = 0$

b- Pour $\theta = 0$, écrire Z_1, Z_2 et $\frac{Z_1}{Z_2}$ sous forme exponentielle. En déduire la nature du triangle OM_1M_2 .