Mathématiques	Devoir de synthèse N°1	
Lycée Ali Bourguiba Bembla		
4 ème Sc_1 Date : le 08/12/2010	Durée : 2 heures Coefficient : 3	Prof : Yacoubi Hamda

Exercice n°1: *(2+4 pts)*

I) Pour chacune des deux questions suivantes il ya une seule réponse correcte laquelle ?

1)Soit la suite u définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = \frac{(-1)^n}{n} + 2$, alors la suite u

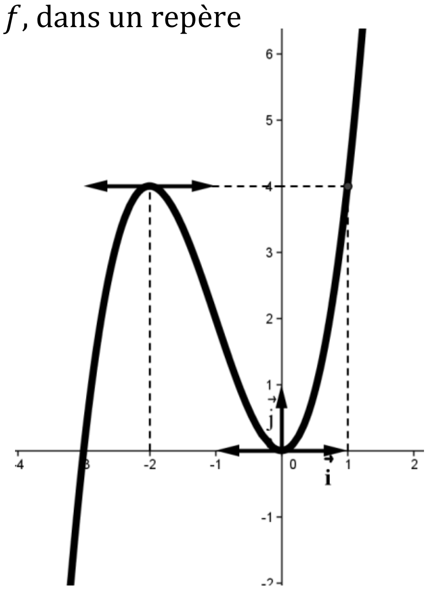
a)est monotone sur $\mathbb{N}^*$ b) est divergente c)Converge vers 2

2) Si une suite u définie sur $\mathbb{N}^*$ vérifie :

$1 \leq u_n < 2 + \frac{1}{n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ alors la suite u .

a)est convergente b) est croissante sur $\mathbb{N}^*$ c) est bornée sur $\mathbb{N}^*$

II) Soit f une fonction définie sur IR et deux fois dérivable. Dans la figure ci-dessous, on a représenté la courbe représentative (C) de la fonction dérivée f ' de f, dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$



1) Par une lecture graphique, répondre aux questions suivantes:

a)Déterminer le sens de variation de f sur IR.

b) Donner le tableau de variation de f'.

2) Répondre par vrai ou faux sans justification.

a) La courbe de f admet deux points d'inflexion.

b) Pour tout $x \in [-3; 1]$ on a : $|f(x) - f(1)| \leq 2|x - 1|$

c) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

Exercice n°2: *(6pts)*

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - (1+i)z + i = 0$

2) θ étant un réel de l'intervalle $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$ on considère l'équation dans $\mathbb{C}$

$$E_\theta : z^2 - 2e^{i\theta}\cos\theta\, z + e^{i2\theta} = 0$$

a)Vérifier que 1 est une solution de E_θ.

b) En déduire l'autre solution de E_θ.

3) Le plan complexe étant rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on désigne par A et B les points d'affixes respectives 1 et $e^{i2\theta}$.

a)Déterminer l'ensemble des points B quand θ varie dans l'intervalle $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$,

b) Déterminer l'affixe du point C tel que OACB soit un losange.

c) Déterminer le réel θ pour que la mesure de l'aire du losange OACB soit égale à $\frac{1}{2}$

Exercice n°3:(8pts)

Soit la fonc

On désigne par C sa courbe représentative dans le plan munie d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1)Justifier

2) a) Mont

b) Calculer

3)a)Donner une équation cartésienne de la tangente (T) à C au point I(0 ;2)

b) Etudier la position de C par rapport à (T) .

c) Tracer C et (T)

4)a)Montre

b) Soit la fonction g définie sur $[\sqrt{2};+\infty[$ par $g(x) = f(x) - x$

*) Montrer que g est strictement décroissante sur $[\sqrt{2};+\infty[$

**) Déduire alors que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $[\sqrt{2};+\infty[$ une unique solution α

5)Soit la su

a)Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a , $u_n \geq 2$

b) Montrer en utilisant les inégalités des accroissements finie que pour tout $n \in \mathbb{N}$

$|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{\sqrt{3}}|u_n - \alpha|$ puis déduire que $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^n |2 - \alpha|$.

c)Déduire que u est convergente et déterminer sa limite.