|  |  |
| --- | --- |
| Site web : [http://www.matheleve.net](http://www.matheleve.net/)Email1 :contact@matheleve.netEmail2 :matheleve@gmail.com | **Devoir de Synthèse n°01** |
| Lycée Ali Bourguiba Bembla  |  4 ème  sc1 | Mercredi 05-12-2012 |  **Chortani Atef** |

**Exercice 1(3 points)**

Répondre par vrais ou faux à chacune des propositions suivantes en justifiant la réponse.

$$1) le nombre \left(\cos(\frac{2π}{5})+i \sin(\frac{2π}{5})\right)^{5} est un réel.$$

$2)1+i\sqrt{2012}$ est une solution dans ℂ de l’équation $z^{2}-2z+2013=0$

$$3)Un argument de nombre complexe -2e^{i\frac{π}{5}} est -\frac{π}{5} $$

**Exercice 2 (6points)**

$$Dans la figure ci-contre on a représenté la courbe de la fonction $$


$$f\left(x\right)=1+\frac{x}{\sqrt{1+x^{2}}} ainsi que la droite ∆ d’équation y=x $$

$$ 1)a)Etudier le graphique pour justifier que l’équation $$

$$1+\frac{x}{\sqrt{1+x^{2}}}=x admet dans R une unique solution α$$

$ $b) Vérifier que 1,5 <α <2

$$2) Soit la suite \left(u\_{n}\right) définie sur N par \left\{\begin{array}{c}u\_{0}=1 \\u\_{n+1}=f\left(u\_{n}\right) ;n\geq 0.\end{array}\right.$$

a)Montrer que pour tout $n \in N ,u\_{n}\geq 1$

$$b) Montrer que pour tout x\geq 1 , \left|f^{'}(x)\right|\leq \frac{1}{2}$$

$$c)Montrer que pour tout n \in N ,\left|u\_{n+1}-α\right|\leq \frac{1}{2}\left|u\_{n}-α\right|$$

$$d)En déduire que pour tout entier n \in N ,\left|u\_{n}-α\right|\leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n}$$

$$e) Calculer alors \lim\_{n\to +\infty }u\_{n}$$

**Exercice 3(5,5points)**

$$Soit f la fonction définie sur [0, +\infty [par \left\{\begin{array}{c}f\left(x\right)=\frac{\sqrt{1+x^{2}}-1}{x} si x>0\\f\left(0\right)=0 \end{array}\right.$$

$$1)a)Vérifier que pour tout x>0 on a :f\left(x\right)=\frac{x}{\sqrt{1+x^{2}}+1}$$

b) En déduire que $f$ est continue à droite en 0.

c) Montrer que $f$ est dérivables à droite en 0.

d) Déterminer une équation de la demi tangente à la courbe de$f$ au point d’abscisse 0

$$2)a)Montrer que f est dérivable sur]0,+\infty [ et que f'\left(x\right)=\frac{\sqrt{1+x^{2}}-1}{x^{2}\sqrt{1+x^{2}}}$$

$$b) Déterminer \lim\_{x\to +\infty }f(x)puis dresser le tableau de variation de f sur [0, +\infty [$$

c)Tracer la courbe de f dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right).$

**Exercice 4(5,5 points)**

1) Résoudre dans ℂ l’équation $E:z^{2}+2z+2 =0$

2)a) Montrer que pour tout réel θ on a : $1+2i sinθ e^{iθ}=e^{2iθ}$

b) Résoudre alors dans ℂ l’équation $E\_{θ}:z^{2}+2z-2i sinθ e^{iθ}=0$

c) On suppose dans cette question que $θ\in \left]0;π\right[$

Donner les solutions de $E\_{θ}$ sous forme exponentielle.

3) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ on considère les points A , B et C d’affixes respectives $-2$ , $z\_{B}=e^{iθ}-1 et z\_{C}=-1-e^{iθ} tel que θ\in \left]0;π\right[$

 a) Montrer que B et C sont symétriques par rapport à un point fixe I .

 b) Calculer OA et BC en déduire que OBAC est un rectangle.

 c) Trouver $θ$ pour que OBAC soit un carré.