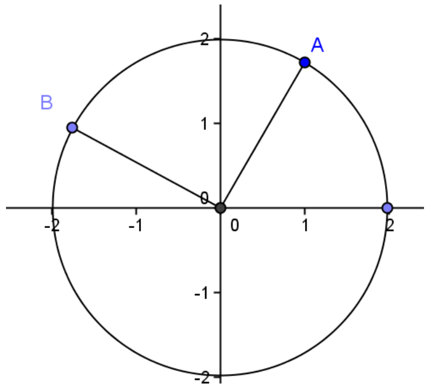
LS EL Alia		***AS : 2012/2013***
	Devoir de synthèse n°1	
Prof: Tlich Ahmed	***(Bac Science1 et 2)***	***Durée: 2h***

Exercice n°1 :(3 points)

Choisir l'unique bonne réponse et sans justification.



1) Le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ .Dans la figure ci contre un donne un cercle de centre de centre O et rayon 2 et deux points de ce cercle A et B tel que : $Z_A = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ On suppose que (OA) est perpendiculaire à (OB) alors

a) $Z_B = e^{i\frac{5\pi}{6}}$ b) $Z_B = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$ c) $Z_B = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$

2) Soit l'équation (E) : $Z^2 -2Z+2 = 0$. Les solutions de (E) dans C sont :

a) (1+i) et (-1-i) b) (1+i) et (1-i) c) (1+i) et (-1+i)

3) Soit le fonction définie sur IR_+ par $f(x) = x\sqrt{x}$ .La courbe de f admet au voisinage de $+\infty$:

a) Une branche infini parabolique de direction l'axe des abscisses.

b) Une branche infini parabolique de direction l'axe des ordonnés.

c) La droite D : y = x comme asymptote oblique.

Exercice n°2 :(5 ,5 points)

1) Résoudre dans C l'équation (E) : $Z^2 – (2+i) Z + (1 +i) =0$.

2) Soit l'équation (E') : $Z^2 – (1+ i+e^{i\theta}) Z + (1 +i) e^{i\theta} =0$ où $\theta \in [0,2\pi]$.

a) Vérifier que $e^{i\theta}$ est une solution de (E').

b) Déterminer l'autre solution de (E').

3) Le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ .On considère les points A, B, C et M d'affixes respectifs : $Z_A =1$, $Z_B =1+i$, $Z_C =2+2i$ et $Z_M = e^{i\theta}$.

a) Ecrire Z_B sous forme exponentielle.

b) Vérifier que $e^{i\theta}-1 = 2\sin\frac{\theta}{2}\ e^{i(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{2})}$

c) Déterminer le réel θ pour que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BC}$ soit colinéaires.

d) Pour la valeur de θ trouvée, montrer que ACBM est un parallélogramme.

Exercice n°3: (6 points)

Soit une fonction f définie sur $[0, +\infty[$.On donne dans l'annexe (Page n°3) la courbe représentative de f notée C_f dans un repère orthonormé.

* C_f admet une demi tangente horizontale au point A $(0, -\frac{1}{2})$.

* T est la tangente à C_f au point B (1,0) et qui passe par le point de coordonnes (2,1).

* La droite D : y = 2x- 4 est une asymptote oblique à C_f au voisinage de $+\infty$.

Graphiquement et en justifiant votre réponse

1) Déterminer ces limites : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)-2x+4$.

2) Calculer f' (0) et f' (1).

3) Dresser le tableau de variation de f.

4) Monter que f est une bijection de $[0, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

5) Construire sur l'annexe (page n°3) la courbe de f^{-1} dans le même repère.

6) Calculer $f^{-1}(0)$ puis $(f^{-1})'(0)$.

7) f^{-1} est elle dérivable à droite de $(-\frac{1}{2})$?

Exercice n°4 :(5,5 points)

Soit la fonction définie sur$]0, +\infty[$par $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

1) a) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$ on a : $f'(x) = \frac{-1}{x^2\sqrt{x^2+1}}$

b) Dresser le tableau de variation de f.

2) Montrer que l'équation f(x) = x admet une unique solution α puis vérifier que $1 \prec \alpha \prec 2$.

3) Montrer que pour tout $x \geq 1$ on a : $|f'(x)| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

4) Soit la suite définie sur IN par $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = f(U_n)$.

a) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$: $f(x) \succ 1$.

b) Déduire que pour tout $n \in IN$: $U_n \geq 1$.

c) Monter que pour tout $n \in IN$: $|U_{n+1}-\alpha| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}|U_n-\alpha|$

d) En déduire que : $|U_n-\alpha| \leq \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$

e) Déduire la limite de la suite U.

Annexe de l'exercice n°3

Nom et prénom : ……………………………………………… **Classe:** ………..