Lycée Alkhawarizmi	Devoir de synthèse n° 1	Prof :Noureddine
Niveau : bac Sc	Mathématiques **Durée : 2 h**	Jelma le 4/12/2013

EXERCICE N° 1 (3points) QCM

<u>EXERCICE n° 2 (6,5points)</u>

I. Soit f la fonction définie sur $[1;+\infty[$ par $f(x)=\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}+1$

1) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1.
2) Dresser le tableau de variation de f
3) a/ Montrer que f réalise une bijection de $[1;+\infty[$ sur un intervalle I que l'on précisera.

b/ Etudier la dérivabilité de f^{-1} à droite en 1.

c/ Expliciter $f^{-1}(x)$ pour $x \in I$

II. Soit g la fonction définie sur $[0;\frac{\pi}{2}]$ par $g(x)=\begin{cases} \frac{1}{f(\frac{1}{cosx})} & sur\,[0;\frac{\pi}{2}[\\ \frac{1}{2} & si\ x=\frac{\pi}{2} \end{cases}$

1) Montrer que g est continue à gauche en $\frac{\pi}{2}$
2) Vérifier que pour tout $x \in [0;\frac{\pi}{2}]$, $g(x)=\frac{1}{1+sinx}$
3) Montrer que g réalise une bijection de$[0;\frac{\pi}{2}]$ sur un intervalle J que l'on précisera.
4) Montrer que g^{-1} est dérivable sur $\left]\frac{1}{2};1\right[$et calculer $(g^{-1})'(x)$

<u>EXRCICE N° 3(4,5points)</u>

1) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $2z^2+(7+i\sqrt{3})z-4(1-i\sqrt{3})=0$
   a/ Montrer que (E) admet une solution réelle que l'on déterminera .
   b/ Trouver **alors** l'autre solution
2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $2z^4+(7+i\sqrt{3})z^2-4(1-i\sqrt{3})=0$
3) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{U},\vec{V})$.

   Soient A et B deux point d'affixes respectives $z_A=2i\ et\ z_B=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

   et I le milieu de [OA]

   Montrer que le triangle OIB est isocèle.

EXERCICE N° 4 (6points)

On définit les suites (v) et (u) par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ v_0 = 2 \end{cases}$ et $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n+2v_n}{3} \\ v_{n+1} = \frac{u_n+4v_n}{5} \end{cases}$ pour $n \in IN$

On pose $w_n = v_n - u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que la suite (w_n) est géométrique et préciser sa limite .
2) Exprimer (w_n)en fonction de n et en déduire que $u_n \leq v_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
3) a/ Exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction (w_n)
   en déduire le sens de variation de (u_n)
   b/ Exprimer $v_{n+1} - v_n$ en fonction (w_n)
   en déduire le sens de variation de (v_n)
4) justifier que u_n et v_n convergent vers la même limite l
5) On pose $T_n = 3u_n + 10v_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
   a/ Montrer que la suite (T_n)est constante
   b/ Déduire la valeur de l

Bon travail

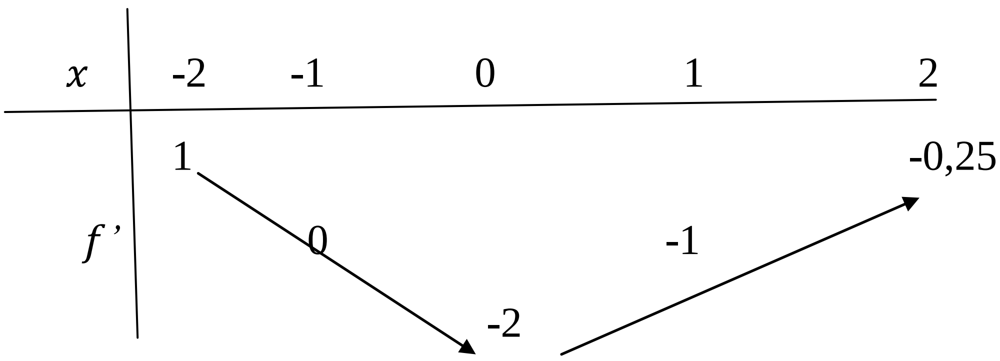
NB : cette feuille à rendre avec la copie

Nom et prénom : …………………………………..n° ……….classe………

Exercice N°1

Cocher la réponse exacte :

Soit f une fonction dérivable sur [-2 ;2] dont le tableau de variation de f' est le suivant



Alors :

1) $f(-2) < f(-1)$ ☐
   $f(-1) < f(0)$ ☐
   $f(0) < f(1)$ ☐

2) $|f(2) - f(-2)| \leq 2$ ☐
   $|f(2) - f(-2)| \leq 4$ ☐
   $|f(2) - f(-2)| \leq 8$ ☐

3) La courbe de f admet au point d'abscisse 0 :

   une tangente de pente -2 ☐
   une tangente horizontale ☐
   une tangente verticale ☐