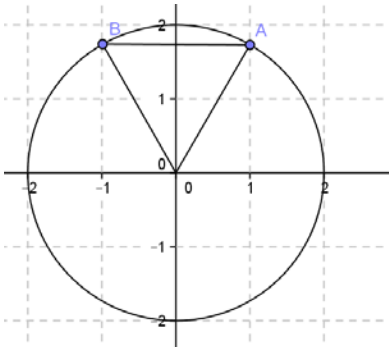
LS EL Alia		***AS : 2013/2014***
	Devoir de synthèse n°1	
Prof: Tlich Ahmed	***(Bac Science1 et 2)***	***Durée: 2h***

Exercice n°1 : (3 points)

Choisir l'unique bonne réponse e sans justification

1) Soit la fonction $f(x) = x^3 - 3x$. La courbe de f admet un point d'inflexion d'abscisse :

a) -1 b) 0 c) 1



2) Le plan muni d'un repère orthonormé direct.

Dans la figure ci contre un donne un cercle de centre de centre O et rayon 2 et deux points de ce cercle A et B tel que

$Z_A = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ et OAB est un triangle équilatéral alors :

a) $Z_B = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$ b) $Z_B = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$ c) $Z_B = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$

3) Soit f une fonction dérivable sur [-2,2] alors la fonctions g définie par g(x) = Sin (f(x)) est dérivable sur :

a) [-1,1] b) [-2,2] c) IR

Exercice °2 :(5 points)

1) Soit un réel $\theta \in]0,\pi]$.on donne l'équation (E) $Z^2 - Z + (e^{i\theta} - e^{2i\theta}) = 0$

a) Vérifier que : $(2e^{i\theta} - 1)^2 = 1 - 4e^{i\theta} + 4e^{2i\theta}$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ on considère les points I, A et B d'affixes respectifs $Z_I = 1$, $Z_A = e^{i\theta}$ et $Z_B = 1 - e^{i\theta}$

a) Montrer que OAIB est un parallélogramme.

b) Vérifier que pour tout $\theta \in]0,\pi]$ on a : $1 - e^{i\theta} = 2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{2})}$

3) Dans la suite on prend $\theta = \frac{\pi}{3}$

a) Montrer que : $Z_B = \overline{Z_A}$

b) Déduire que (OI) et (AB) sont perpendiculaire.

<u>Exercice n°3 :</u> (6 points)

Soit la fonction définie sur [0, +∞ [par f(x) = 4-$\sqrt{x^2+1}$ et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1) a) Montrer que f'(x) = $\dfrac{-x}{\sqrt{x^2+1}}$

b) Dresser le tableau de variation de f

2) Montrer que l'équation f(x) = x admet dans [0, +∞ [une unique solution α puis vérifier que 1< α < 2.

3) Montrer que pour tout x Є [1, +∞[on a : $|f'(x)| \leq \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

4) Soit la suite définie sur IN par U_0 =1 et U_{n+1} = f (U_n).

a) Montrer que pour tout n Є IN : $U_n \geq 1$

b) Montrer que pour tout n Є IN : $|U_{n+1}-\alpha| \leq \dfrac{\sqrt{2}}{2}|U_n-\alpha|$

c) déduire par récurrence que pour tout n Є IN : $|U_n-\alpha| \leq \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$

d) Calculer la limite de la suite (U_n)

<u>Exercice n°4 :</u> (6 points)

La courbe dans l'annexe est celle d'une fonction f définie sur [1,+∞ [.

La courbe de f admet au point A (1 ,1) une demi tangente verticale et au voisinage de +∞ une asymptote oblique la droite D : y = x+1

1) Dresser le tableau de variation de f.

2) Monter que f réalise une bijection de [1,+∞ [

3) Tracer dans le même repère la courbe de f^{-1}.

4) f^{-1} est elle dérivable à droite de 1 ? Justifier votre réponse.

5) On suppose dans la suite que f(x) =1+$\sqrt{x^2-1}$

a) Calculer f'(x) pour tout x Є]1,+∞ [

b) Calculer f($\sqrt{2}$) puis $(f^{-1})'$ (2).

c) Déterminer l'expression de $f^{-1}(x)$.

<u>Bon travail</u>

<u>**Annexe de l’exercice n°3**</u>

<u>**Nom et prénom :**</u>...