| Lycee Nahj El Menzeh<br>Beni Khalled | **DEVOIR DE SYNTHESE N°1** | **PR : KADDOUR**<br>ABDELHAMID<br>NIVEAU :4è SC<br>Durée 2h |
|---|---|---|

**EXERCICE N°1** (5points)

1) a)Vérifier que $(2+2i)^2 = 8i$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2(1+i)z - 6i = 0$

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B, et C d'affixes respectives $z_A = 3 + 3i$ , $z_B = -1 - i$ et

$z_C = (1 - 2\sqrt{3}) + (1 + 2\sqrt{3})i$

a) Vérifier que $z_C - z_A = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(z_B - z_A)$

b)Déterminer le module et un argument du nombre complexe $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) En déduire que le triangle ABC est équilatéral

3)Soit le point Ω d'affixe $z_\Omega = 1 + i$ et le point D symétrique du point C par rapport à Ω

a) Vérifier que Ω est le milieu de [AB]

b) Placer les point A , B ,Ω ,C et D

c) Montrer que le quadrilatère ACBD est un losange

d) Calculer l'aire de ce losange

**EXERCICE N°2** (5points)

1°) Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = x^3 + x - 1$

a) Dresse le tableau de variation de g et montrer que l'équation g(x) = 0 admet dans IR une unique solution α

b) Donner un encadrement de α à $10^{-1}$ prés

c) Déduire le signe de g(x) sur IR

2°) Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

On désigne par (C) la courbe de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

a) Montrer que f est dérivable sur IR et que $f'(x) = \frac{g(x)}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

b) Dresse le tableau de variation de f

c) Démontrer que les droites D: $y = -x + 1$ et D' : $y = x - 1$ sont les asymptotes de (C) respectivement au voisinage de $(-\infty)$ et $(+\infty)$

d) Construire la courbe (C)

3°) Soit h la restriction de f à $[1, +\infty[$

a) Montrer que h admet une fonction réciproque $h^{-1}$

b) Construire la courbe de $h^{-1}$ dans le même repère

**EXERCICE N°3** (5points)

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère les points $D(0,2,0)$, $F(1,0,1)$, $G(1,2,1)$, $H(0,2,1)$ et I le milieu du segment $[AD]$

1) Montrer que les points G , F , I , H ne sont pas coplanaires
2) Montrer que le volume du tétraèdre GFIH est égal à $1/3$
3) a) Montrer que le triangle FIH est rectangle en I
   b) Donner une équation cartésienne du plan (FIH)
   c) Calculer par deux méthodes la distance du point G au plan (FIH)
   d) Soit L le projeté de G sur le plan (FIH) , déterminer les coordonnées de L
4) a) Donner un système d'équation paramétrique de la droite (AG)
   b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection K de (AG) et (FIH)

**EXERCICEN°4** (5points)

Soient a et b deux réels tels que $0 < a < b$ , on définie les deux suites u et v par

$$\begin{cases} U_0 = a \quad , \quad u_{n+1} = \dfrac{2u_n v_n}{u_n + v_n} \\ \\ V_0 = b \quad , \quad v_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2} \end{cases}$$

1) Montrer que pour tout entier naturel n on a $u_n < v_n$
2) Montrer que la suite $(u_n)$ est croissante et que la suite $(v_n)$ est décroissante
3) Montrer que les suites $(u_n)$ et $(v_n)$ sont convergentes
4) Soit $(w_n)$ la suite définie sur N par $w_n = v_n - u_n$
   a) Montrer que pour tout entier naturel n on a $w_{n+1} < \frac{1}{2} w_n$
   b) Déduire que les suites $(u_n)$ et $(v_n)$ ont la même limite $\alpha$
5) Montrer que la suite $(t_n)$ définie par $t_n = u_n . v_n$ est constante , déduire $\alpha$

## EXERCICE N°1 (7 points)

1°) Soit g la fonction définie sur R par $g(x) = x^3 + x - 1$

a- Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha$ dans R

b- Donner un encadrement de $\alpha$ à $10^{-1}$ prés

c- Déduire le signe de g(x)

2°)Soit f la fonction définie sur R par $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

On designer par (C ) la courbe representative de f dans un repère orthonormé (o,i,j)

a - Montrer que f est dérivable sur R et vérifier que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{\sqrt{(x^2+1)}\,(x^2+1)}$

d- Dresser le tableau de variation de f

3°) Démontrer que les droites D : $y = -x + 1$ et $\Delta$ : $y = x - 1$ sont les asymptotes de C respectivement au voisinage de $(+\infty)$et $(-\infty)$

4° ) Construire (C )

5° ) Soit h la restriction de f à $[1, +\infty[$

a - Montrer que h admet une fonction réciproque

b - Construire la courbe de $h^{-1}$ dans le même repère