LYCEE EL FAOUAR-KEBELI	DEVOIR DE SYNTHESE N°1
Niveau : 4eme SC 1-2	Durée : 2H
Date : 04-12-2019	Année scolaire : 2019/2020
Epreuve : Mathématiques	Professeur : El fekih Nader

Exercice 1 :(5,5 pts)

Soit les équations (E_1) :$Z^6=1$ et (E_2) :$Z^6=8i$

1-resoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_1)

(On donne les solutions sous forme exponentielle et algébrique)

2-a-verifier que $(1-i)^6=8i$

b-montrer que z est une solution de l'équation (E_2) équivaut a $\frac{Z}{1-i}$ est une solution de l'équation (E_1)

c-en déduire les solutions de l'équation (E_2)

(On donne les solutions sous forme exponentielle et algébrique)

d-en déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$

e-dans l'annexe (1), le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O\,;\vec{u}\,;\vec{v})$. Γ est le cercle de rayon $\sqrt{2}$ et H le point d'affixe $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$

Placer les images des solutions de l'équation (E_2)

Exercice 2 :(5 pts)

Soit $f(x)=\frac{1}{\cos(x)}$ sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$

1-dresser le tableau de variation de f puis construire C_f

2-montrer que f réalise une bijection de $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ sur un intervalle J que l'on déterminera

3-a-montrer que f^{-1} n'est pas dérivable à droite en 1

b-montrer que f^{-1} est dérivable sur $]1;+\infty[$

c−montrer que $\forall \mathbf{x} \in]\mathbf{1};+\infty[$ on a $(\mathbf{f}^{-1})'(x)=\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

d−construire $\mathbf{C}_{\mathbf{f}^{-1}}$

Exercice 3 (5,5 pts)

1−resoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(\mathbf{E_1})$:$\mathbf{z^2}+\ (2+i)z+i=0$

2−on considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) :$\mathbf{z^3+(1+i)z^2-2z-i=0}$

a−vérifier que 1 est une solution de (E)

b−déterminer les nombres complexes a et b tels que :

$\mathbf{z^3+(1+i)z^2-2z-i=(z-1)}(z^2+az+b)$

c−en déduire dans $\mathbb{C}$ les solutions de l'équation (E)

3−dans le plan complexe rapporté a un repère orthonormé direct

(O ;$\vec{u}$;$\vec{v}$).on considère les points A ;B et C d'affixes respectifs :

$\mathbf{z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i}$, $\mathbf{z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i}$ et $\mathbf{z_C=1}$

a−mettre chacun des nombres complexes $\mathbf{z_A}$ *et* $\mathbf{z_B}$ sous forme exponentielle

b−montrer que les points A et B appartiennent au cercle de centre O et de rayon 1.

Construire les points A ; B et C dans la figure (2) de l'annexe

4−soient les points E et F du plan d'affixes respectives $\mathbf{z_E=z_A-1}$ et $\mathbf{z_F=z_B-1}$

a−montrer que OEAC et OFBC sont des parallélogrammes.

b−construire alors E et F

c−vérifier que :$\mathbf{e^{i\frac{5\pi}{12}}(e^{i\frac{7\pi}{12}}+e^{-i\frac{7\pi}{12}})=e^{-i\frac{\pi}{6}}}-1$ et $\mathbf{e^{i\frac{13\pi}{12}}(e^{i\frac{\pi}{12}}+e^{-i\frac{\pi}{12}})=e^{i\frac{7\pi}{6}}}-1$

d−déduire la forme exponentielle de chacune des solutions de l'équation $(\mathbf{E_1})$

Exercice 4 (4 pts)

On donne en annexe (3) la courbe représentative dans un repère orthonormé d'une fonction f définie sur $[-2;0[$

1-par une lecture graphique :

a-donner f (−2), f (−1) , $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$,f' (−1) et $\lim\limits_{x \to (-2)^+} \frac{f(x)+1}{x+2}$

b-donner une équation de la tangente T au point d'abscisse -1

c-donner $f([-2;0[)$

d-dresser le tableau de variation de f

e-donner le signe de f, $\forall x \in [-2;0[$

3-a-montrer que f réalise une bijection de $[-2;0[$ sur un intervalle J que l'on précisera

b-dresser le tableau de variation de f^{-1}

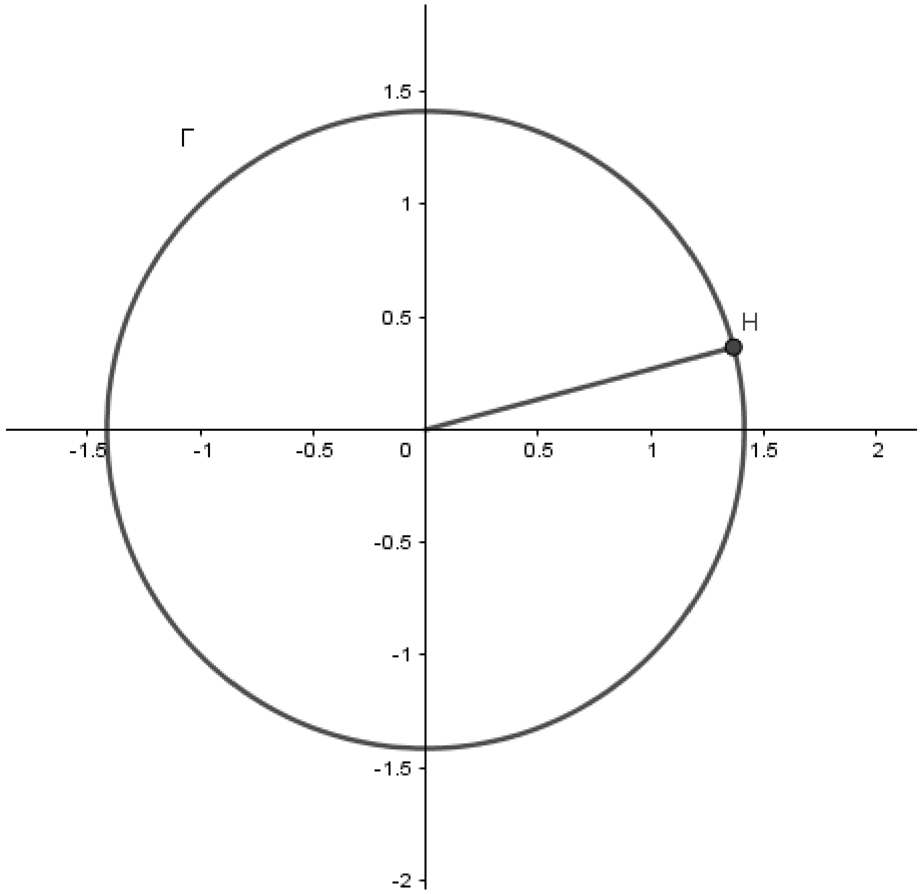
c-construire la courbe de f^{-1} dans le même repère (annexe 3)

☺ ☺ ☺BON TRAVAIL ☺ ☺ ☺

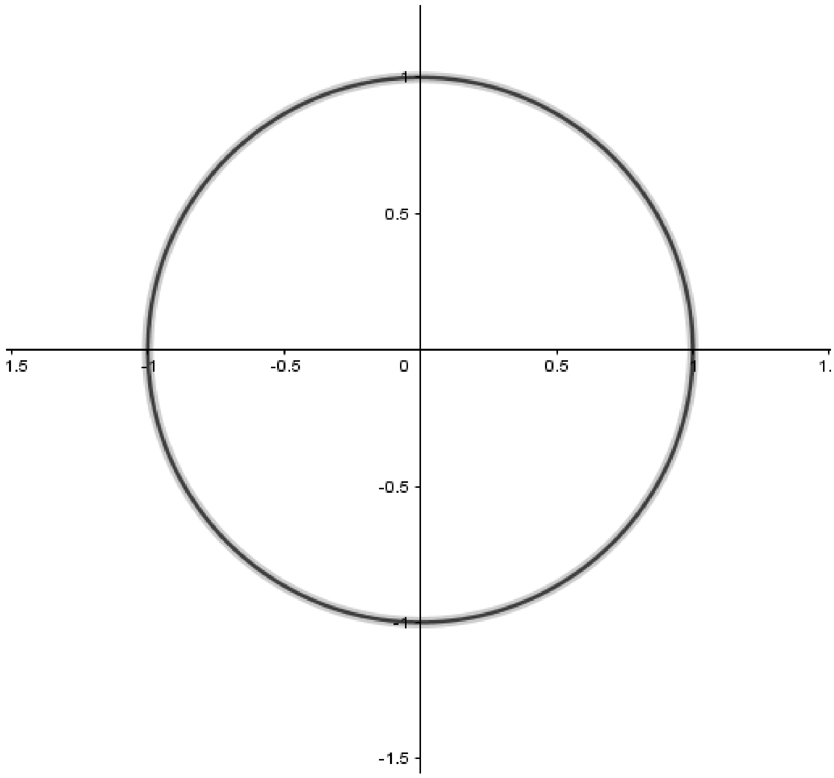
Annexes

Nom et prénom :……………………………………………

Annexe 1 :



Annexe 2 :



Annexe 3