Devoir de synthèse n° 2 4iéme sciences Lycée Avenue FB Monastir	Mathématiques 05-02-2012 ELHOUICHET HAFEDH

Exercice n°1 : (3points)

Trouver la seule bonne réponse.

1) La limite de x^3 (1– ln x) en 0+ est :

a) $-\infty$ b) 0 c) $+\infty$

2) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}dx =$

a) $\sqrt{2}-1$ b) $\sqrt{2}+1$ c) $-\sqrt{2}-1$

3) L'ensemble des points M(x, y, z) de l'espace tel que $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z + 1 = 0$ est :

a) Vide b) une sphère c) un point

Exercice n°2 : (7points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On donne les points $A(3,2,4)$; $B(0,3,5)$ et $C(3,1,0)$

1) a) Vérifier que A,B et C ne sont pas alignés.

b) On désigne par P le plan (ABC).Montrer qu'une équation cartésienne du plan P est :

$x + 4y - z - 7 = 0$

2) Soit (S) la sphère de centre $I(2,-2,5)$ et de rayon $3\sqrt{2}$.

a) Montrer que le plan P est tangent à la sphère (S) au point A.

b) Calculer le volume du tétraèdre IABC.

3) Soit H le milieu du segment [IA] et Q le plan passant par H est parallèle à P.

a)Montrer que (S) et Q sont sécants en un cercle ζ .

b) Déterminer le centre et le rayon du cercle ζ .

Exercice n°4 : (4 points)

Soit f la fonction définie sur IR+ par f(0) = 0 et f(x) = x (2 - ln(x)).

On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1/ Etudier la dérivabilité de f à droite en 0.interpréter graphiquement le résultat.

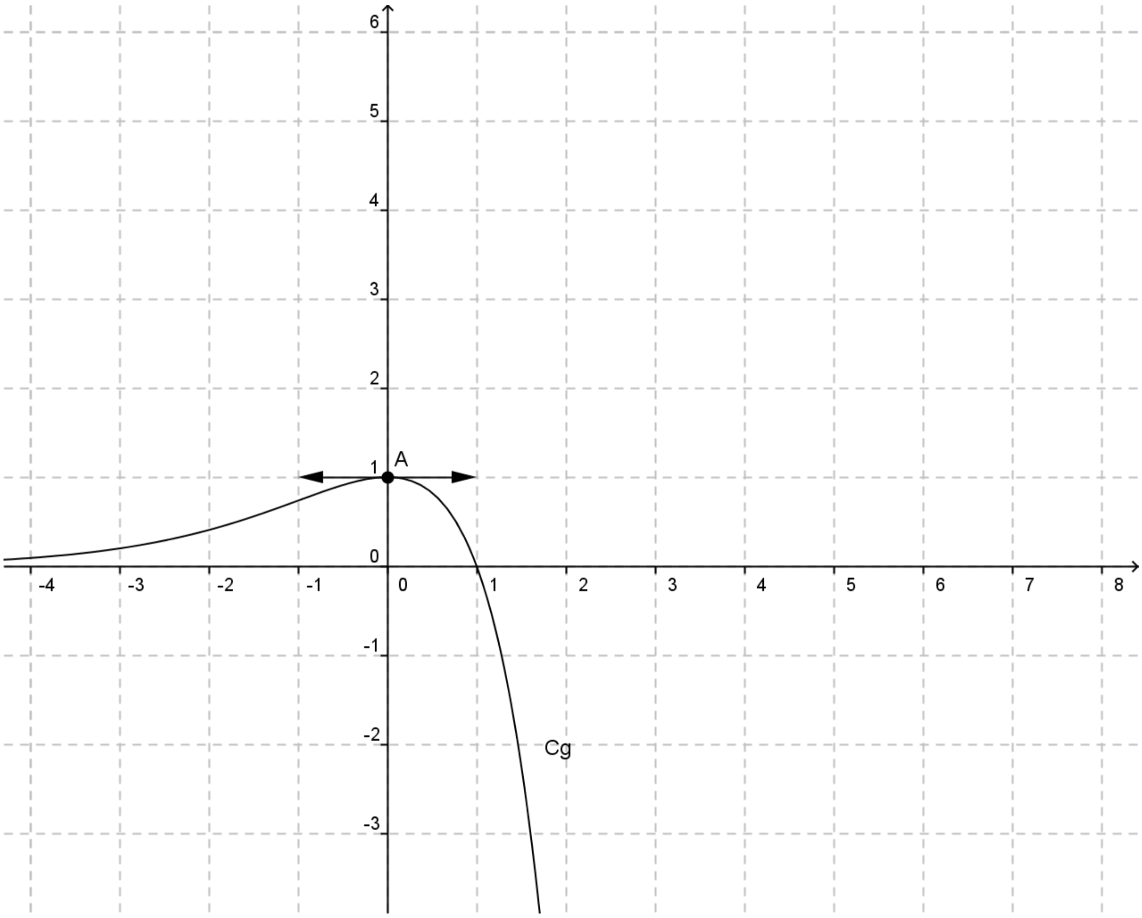
2/a) Vérifier que pour tout x > 0 ; f ’(x) = 1 – ln(x)

b) Dresser le tableau de variation de f.

3/ a) Résoudre l’équation f(x) = 0.

b) Tracer C_f.

Exercice n°4 : (6points)



On considère la fonction g dont la courbe représentative Cg est représentée ci-dessus dans le plan muni d'un repère orthonormé.

g est définie et dérivable sur IR . On note g ’la fonction dérivée de g.

1/Sans justifier et par lecture graphique.

a) Donner g(0) et g ’(0).

b) Donner g(1).En déduire le signe de g sur IR

c) Donner la limite de g en $-\infty$

2/On admet que pour tout réel x , g(x) = (a x + b) e^x où a et b sont deux réels.

a) Calculer g '(x) en fonction de a et b.

b) En utilisant 1/ montrer que $a = -1$ et $b = 1$

3/On considère la fonction f définie par $f(x) = \ln(g(x))$.

a) Déterminer le domaine de définition de f.

b) Déterminer la limite de f en $-\infty$ et la limite de f à gauche en 1.

c) Dresser le tableau de variation de f.