LS EL Alia		***AS : 2011/2012***
	Devoir de synthèse n°2	
Prof: Tlich Ahmed	***(Bac Science1 et 2)***	***Durée: 3h***

Exercice n°1 : (3 points)

Choisir l'unique bonne réponse et sans justification.

1) L'ensemble des solutions de l'équation : lnx = -2 est

a) L'ensemble vide   b) { $\sqrt{e}$ }   c) { $\frac{1}{e^2}$ }

2) $\lim_{x\to+\infty} \ln(x+1)-\ln x$ égal à :

a) - ∞   b) 0   c) +∞

3) $\int_0^1 \frac{1}{x+1}dx$ égal à

a) $-\frac{1}{2}$ b) ln2   c) $\frac{1}{2}$

Exercice n°2 : (6 points)

L'espace est munie d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On donne les points A(0,3,0) , B(1,1,5) et C(4,1,2).

1) a) Calculer $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ et déduire que A, B et C ne sont pas alignés.

b) Donner une équation cartésienne du plan (ABC).

2) Soit S l'ensemble des points M(x, y, z) de l'espace d'équation : $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-3=0$

a) Montrer que S est une sphère de centre I(1,1,2) et dont on précisera son rayon.

b) Monter que la sphère S et le plan (ABC) sont sécants suivants le cercle (C) circonscrit au triangle ABC.

c) Déterminer le centre H du cercle (C) et son rayon.

3) a) Donner une représentation paramétrique de la droite (IB).

b) Monter que (IB) coupe la sphère S en deux points G et F dont précisera leurs coordonnés.

c) Déterminer une équations cartésienne des plans Q et Q' perpendiculaires à (IB) et tangentes à la sphère S.

Exercice n°3 :(5 points)

Soit la fonction f définie sur [0 ; +∞ [par f(x) = $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

1) a) Etudier les variations de f.

b) Tracer la courbe de f ainsi que la demi tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0.

2) a) Monter que f réalise une bijection de [0 ; +∞ [sur un intervalle J à déterminer.

b) Expliciter $f^{-1}(x)$.

3) Soit la fonction G définie sur $[0,\frac{\pi}{2}[$ par G(x) = $\int_0^{tgx}\frac{1}{t^2+1}dt$.

a) Monter que G est dérivable sur $[0,\frac{\pi}{2}[$ et que G'(x) =1.

b) Calculer G (0) puis déterminer l'expression de G.

c) Calculer $\int_0^1\frac{1}{x^2+1}dx$.

d) En déduire le volume du solide de révolution engendrée par la rotation de partie de la courbe de f sur [0,1] autour de l'axe des abscisses

Exercice n°4 : **(6 points)**

Soit les fonctions u et v définie sur]0 ; +∞ [par : u(x)= $\mathbf{x^2 \ln x}$ et v(x) =$\mathbf{1-x^2}$.
La figure ci dessous représente les courbes (C1) et (C2) des fonctions u et v.
1) a)Déterminer la courbe de chacune des fonctions u et v.
b) Graphiquement dresser le tableau de signe de (u (x)-v (x)).

2) Soit la fonction f définie sur]0 ; +∞ [par : $f(x) = x\ln x + \dfrac{1}{x}$

a)Calculer les limites de f en +∞ et 0^+.

b) Montrer que f'(x) = $\dfrac{u(x)-v(x)}{x^2}$.

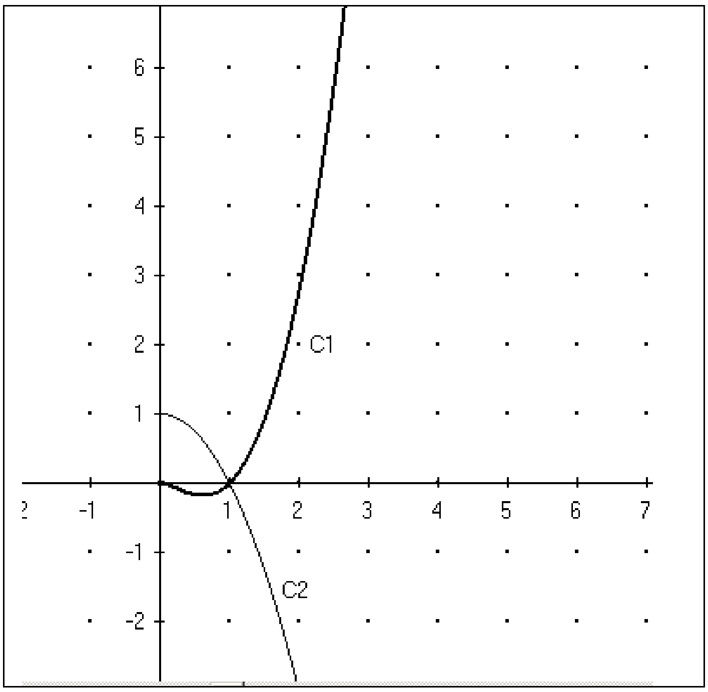
c) En utilisant 1)b) dresser le tableau de variation de f.

d) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat.

e) Construire la courbe de f dans un repère orthonormé.

4) a) Par une intégration par partie calculer: $\int_2^e x\ln x dx$

b) En déduire l'aire de la partie du plan limité par les courbes C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équations x =2 et x =e



Bon travail