L.S.Menzel Hayat	**Devoir de Synthèse 2**	Afli Ahmed
05 Mars 2013	Durée :3h	4sc.exp

EXERCICE 1 :(Répondre dans l'annexe page 3)

A. Choisir la réponse juste

1. / Soit la fonction f définie par f(x) = ln(lnx).alors le domaine de définition de f est :

E=]0 ;+∞[E=]1 ;+∞[E=]e ;+∞[

2. / Soit f(x) = ln($\sqrt{x^2+1}$ $+x$) . On a :

f est paire f est impaire f ni paire ni impaire

B. Répondre par Vrai ou Faux

1. / Soit la droite Δ: $\begin{cases} x = 1+\alpha \\ y = 1-\alpha \\ z = 2\alpha \end{cases}$; $\alpha \in R$ et P : x + y + 2 = 0 . Alors $\Delta \subset P$ ……….

2. / La fonction dérivée sur]0 ;+∞[de la fonction :x→ $ln(\sqrt{2x})$ est la fonction : x→ $\frac{1}{\sqrt{2x}}$ ……….

EXERCICE 2: (6pts)

Soit f la fonction définie sur IR par f(x) = ln(x^2-2x+2).

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1) a-/ Dresser le tableau de variation de la fonction f.

b-/ Préciser les branches infinies de (C).

c-/ Tracer la courbe (C).

2) Soit F la fonction définie sur [0,$\frac{\pi}{2}$[par F(x) = $\int_1^{1+\tan x} \frac{1}{t^2-2t+2}dt$.

a. Montrer que F est dérivable sur [0,$\frac{\pi}{2}$[et que F'(x) =1

b. En déduire que F(x) = x pour tout x de [0,$\frac{\pi}{2}$[

c. Déduire que $\int_1^2 \frac{1}{t^2-2t+2}dt = \frac{\pi}{4}$

3./a. Montrer que $\int_1^2 f(x)dx = 2\ln(2) - 2\int_1^2 \frac{x^2-x}{x^2-2x+2}dx$

b. Vérifier que pour tout réel x , $\frac{x^2-x}{x^2-2x+2} = 1 + \frac{x-1}{x^2-2x+2} - \frac{1}{x^2-2x+2}$

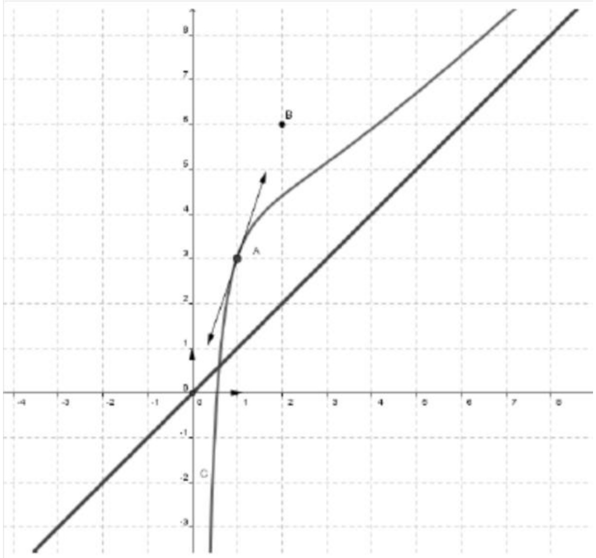
c-/ Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations x =1 et x = 2

EXERCICE 3 : (6 points)

La courbe (C) ci-contre représente une fonction f dérivable sur]0;+∞[.

Les droites d'équations :x = 0 et D : y = x sont des asymptotes à cette courbe.

La tangente à (C) au point A(1,3) passe par le point B(2,6)



1) En utilisant le graphique, déterminer :

a. $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x}$

b. f(1) et f '(1)

c. Le tableau de variation de f.

2) On admet que $f(x) = x + \frac{a}{x} + b\frac{\ln x}{x}$

où a et b sont deux réels à déterminer plus tard.

a. Exprimer f '(x) en fonction de a et b.

c. Utiliser la question 1./ et Montrer que a = 2 et b = 2

3) a. Montrer que $\int_1^e \frac{\ln(x)}{x}\,dx = \frac{1}{2}$

b. En déduire l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite D et les droites d'équations respectives x = 1 et x = e .

4) a. Montrer que f admet une fonction réciproque définie sur un intervalle J à préciser.

b. Construire (C'),courbe représentative de f^{-1} <u>dans l'annexe joint</u>.

5) a. Construire sur le graphique contenant (C) et (C') la droite Δ: y = - x + 4 .

b. Hachurer le domaine limité par (C) ,(C') et Δ puis calculer son aire.<u>(vérifier d'abord que (C) coupe D au point d'abscisse</u> $\frac{1}{e}$)

EXERCICE 4: (5 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

1. / Soit l'ensemble S = $\{M(x,y,z)\ /\ x^2+y^2+z^2+2x-4y+2z-3=0\}$

Montrer que *S* est une sphère dont on précisera le rayon R et les coordonnées du centre I

2. / a- Vérifier que *A(-3,1,1)* est un point de *S*

b- Déterminer une équation cartésienne du plan P tangent à *S* en A

3. / Soit Q le plan médiateur du segment [AI] et *K* le milieu de [AI]

a- Déterminer une équation cartésienne de Q

b- Montrer que l'intersection du plan Q et de la sphère *S* est un cercle dont on précisera le centre et le rayon

c- Déterminer une équation cartésienne de la sphère S' **tangente à P et Q respectivement en A et K**

4. / Soit R le plan d'équation : $2x + y - z - \frac{13}{2} = 0$

Montrer que l'intersection de R et de la sphère S est un cercle dont on précisera le centre et le rayon

<u>**Annexe à remplir et à rendre avec la copie**</u>

Nom et prénom :……………………….……………………………

EXERCICE 1 :

A. *Choisir la réponse juste*

1./ Soit la fonction f définie par f(x) = ln(lnx).alors le domaine de définition de f est :

☐ *E=]0 ;+∞[* ☐ *E=]1 ;+∞[* ☐ *E=]e ;+∞[*

2./Soit f(x) = $\ln(\sqrt{x^2+1} + x)$ *. On a :*

☐ *f est paire* ☐ *f est impaire* ☐ *f ni paire ni impaire*

B. *Répondre par **Vrai** ou **Faux***

1.Soit la droite $\Delta:\begin{cases} x = 1+\alpha \\ y = 1-\alpha \\ z = 2\alpha \end{cases}$; $\alpha \in R$ *et P : x + y + 2 = 0 . Alors* $\Delta \subset P$ ………………..

2.La fonction dérivée sur]0 ;+∞[de la fonction :x→ $\ln(\sqrt{2x})$ *est la fonction : x→* $\frac{1}{\sqrt{x}}$ ……………...

EXERCICE3: