Exercice 1(3points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.

1) Pour tout réel $x \neq 0$,on a : $x - ln(x^2)$ est égal à :

a) $x - 2\,ln(x)$ b) $x - ln^2(x)$ c) $x - 2\,ln|x|$

2)La limite de $\dfrac{x}{\ln(x)}$ quand x tend vers $+\infty$est egale à :

a)1 b)0 c)$+\infty$

3) $\displaystyle\int_1^e \frac{(\ln x)^3}{x}dx =$ $a)\,\dfrac{1}{4}$ b) 4 c)e^3

4) a/ $\int_1^{\frac{1}{2}} \frac{\ln(x)dx}{x^2+1} \leq 0$ b/$\int_1^{\frac{1}{2}} \frac{|\ln(x)|dx}{x^2+1} \geq 0$ c / $\int_1^{\frac{1}{2}} \frac{\ln(x)dx}{x^2+1} \geq 0$

Exercice n°2 : (6points)

On considère dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$,

les points E(3,-3,0) ;F (-3,-3 ; 8) ; le plan P : x + 2y – 2z + 5 = 0

et l'ensemble S des points M(x, y, z) tels que : $x^2 + y^2 + z^2 + 6y - 8z = 0$.

1) Montrer que S est une sphère de centre I (0,-3,4) et de rayon R=5.

2) a) Déterminer la représentation paramétrique de la droite Δ passant par I est perpendiculaire à P.

b) Déterminer les coordonnées du point H l'intersection de P et Δ.

3) Montrer que P coupe S selon un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

4) Soit le plan Q : -3x + 4z +9 = 0 ; Montrer que Q est tangent à S en E.

5) a) Vérifier que [EF] est un diamètre de S.

b) En déduire une équation du plan Q’ parallèle à Q et tangent à S.

6) Soit le point G(0,-6,0).

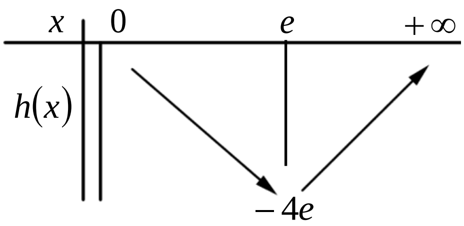
a) Montrer que OEFG est un tétraèdre inscrit dans S.

b) Calculer le volume v du tétraèdre OEFG

Exercice n°3 : (4,5points)

Soit la fonction *h* définie sur $]0;+\infty[$ par : $h(x)=x(a\ln x+b)$ où *a* et *b* sont deux réels

Le tableau de variation de la fonction *h* est le suivant :



1)*a* – Déterminer en fonction de *a* et *b* l’expression de $h'(x)$.

b – A l’aide des renseignements fournis par le tableau de variation déterminer les réels *a* et *b*.

2)On prend dans la suite : $h(x)=x(4\ln x-8)$

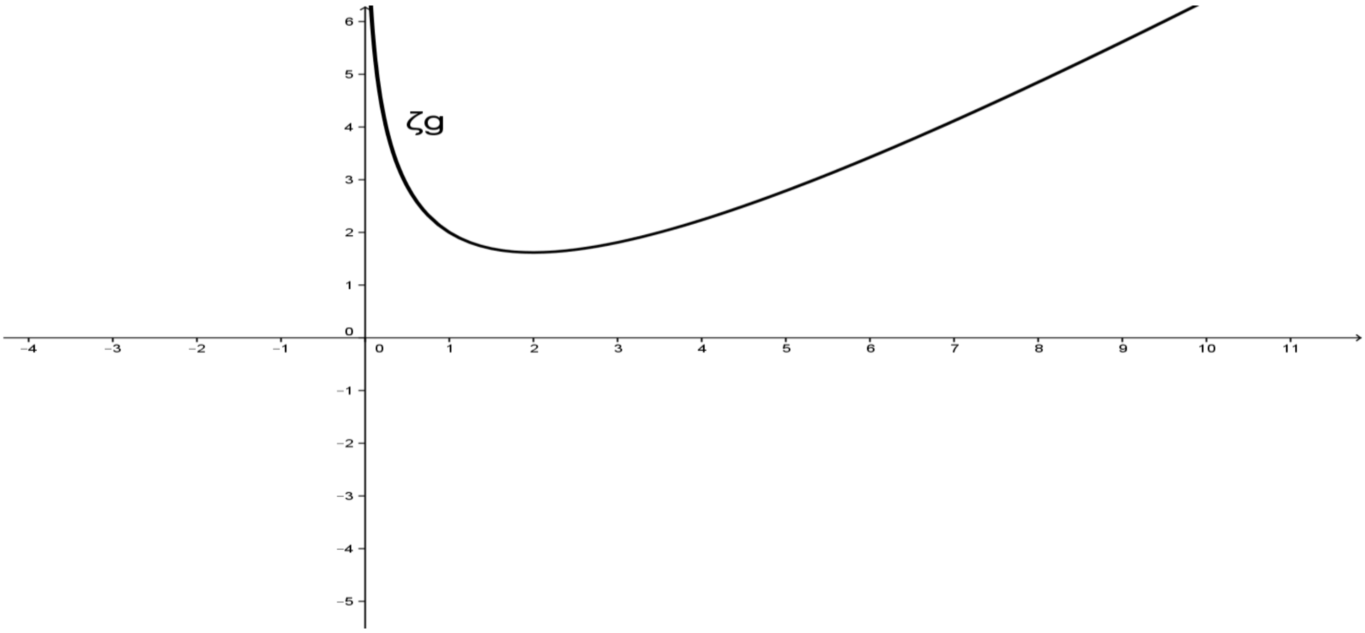
On considère la fonction *g* définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x)=x^2(2\ln x-1)$.

a – Déterminer $g'(x)$.

b – En déduire une primitive *H* de *h* sur $]0;+\infty[$.

EXERCICE N° 4 : (6,5points).

Soit la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x) = x + 1 - 2\ln x$. Et(ξg)la courbe représentatives de g dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.



1) Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$ on a $g(x) > 0$
2) Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = x + \ln x - ln^2 x$. On désigne par (ζ) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.
   a- Montrer que pour tout réel x de $]0,+\infty[$, on a $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$
   b- Dresser le tableau de variation de f.
3) a- Montrer que ζ_f admet une branche infinie parabolique au voisinage de $(+\infty)$de direction celle de la droite $\Delta : y = x$.
   c- Etudier la position relative de la courbe (ζ) et de la droite Δ .
4) a- Montrer que f est une bijection de $]0,+\infty[$ sur IR.
   b- Soit f^{-1} la fonction réciproque de f, tracer dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe (ζ) et la courbe (ζ') représentative de f^{-1}.

5) a- Montrer à l'aide d'une intégration par partie que l'intégrale $I = \int_1^e ln^2 x\, dx = e - 2$.

   b- Calculer alors en cm^2 l'aire A de la partie du plan limitée par les courbes (ζ), (ζ') et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.
   c) En déduire la valeur de l'intégrale $\int_1^e f^{-1}(x)\, dx$.

Direction régionale de l’éducation et de la formation :

Mahdia

Lycée Boumerdes

DEVOIR DE SYNTHESE N°2

Proposé par M^r : Braiek khalifa

Mars 2013

Matière : Mathématiques Niveau : $4^{éme}$.

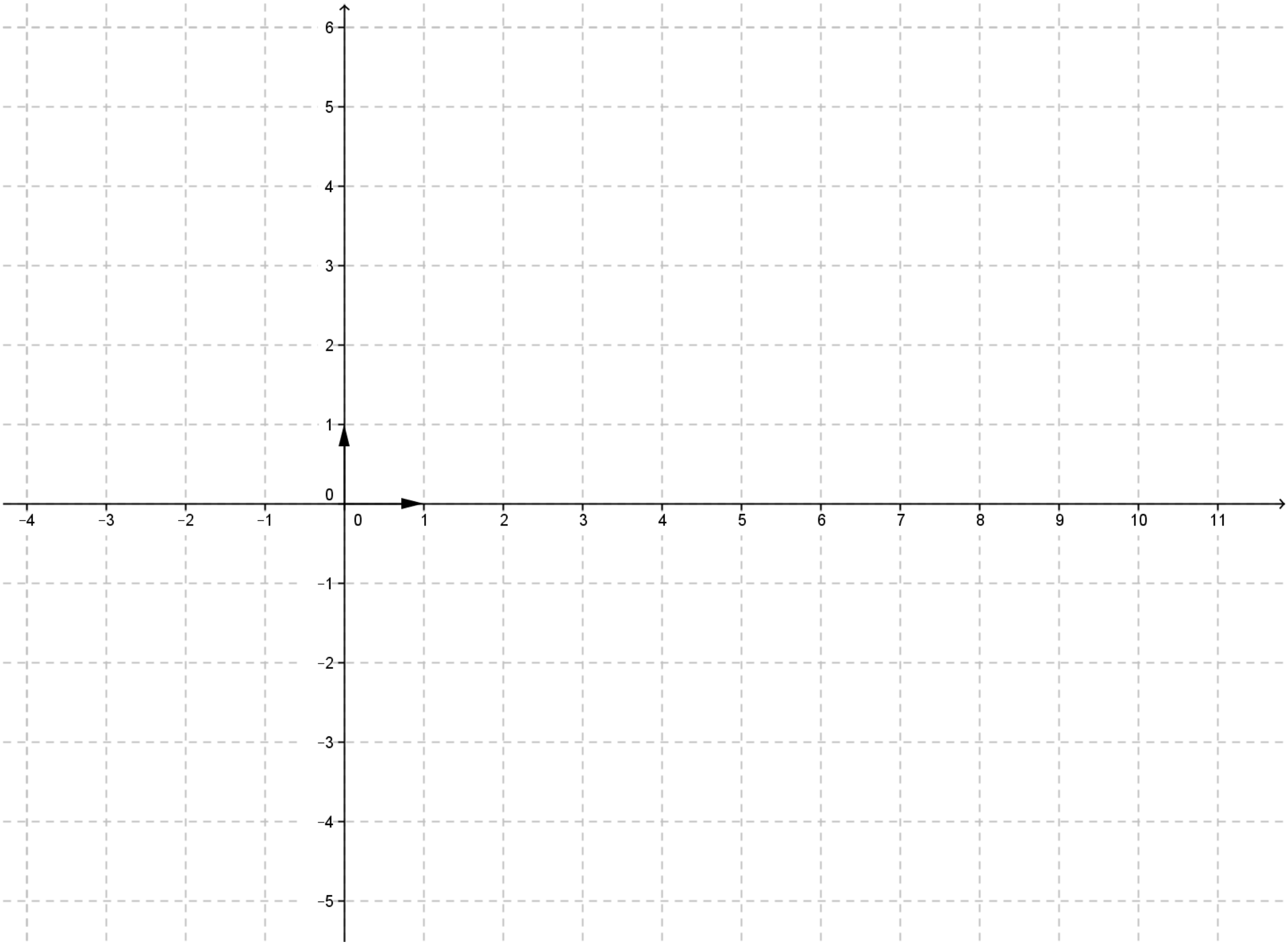
Section : SC expérimentales.

Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient 3.

Les élèves doivent traiter les quatre exercices. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des Raisonnements entreront pour une part d'importance dans L'appréciation des copies.

Lycée Boumerdes Prof : M^r : Braiek

NOM ET PRENOM :…………………………………………


6
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11