

Exercice 1 : (03)

Répondre par vrai ou faux . (sans justification) .

- 1) Si $\vec{v} = -2\vec{u}$ et $\|\vec{v}\| = 2$ alors le réel $\vec{u} \cdot \vec{v} = -2$.
- 2) Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$ alors $\vec{v} = \vec{w}$.
- 3) Si $\vec{w} = 2\vec{u}$ alors $\det(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = 2$.

Exercice 2: (07)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Soit les points $A(-3, 0, 0)$, $B(-3, 1, -1)$ et $C(1, 4, 4)$ et le plan P d'équation cartésienne : $x - 2y + 4z - 9 = 0$.

1)a) Déterminer $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$.

b) En déduire que les points A , B et C déterminent un plan .

c) Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est: $2x - y - z + 6 = 0$.

2) Montrer que les plans (ABC) et P sont perpendiculaires .

3) Soit Δ la droite d'intersection de P et (ABC) .

Montrer qu'une représentation paramétrique de la droite Δ

$$\text{est : } \begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -8 + 3t \\ z = t \end{cases} ; t \in \mathbb{R} .$$

4) Soit I le point de coordonnées $(-9, -4, -1)$.

a) Calculer les distances $d(I, P)$ et $d(I, (ABC))$.

b) Déterminer la distance du point I à la droite Δ .



Exercice 3 : (04)

Soit les intégrales : $I = \int_0^{\ln 2} \frac{e^t}{1 + e^t} dt$ et $J = \int_0^{\ln 2} \frac{1}{1 + e^t} dt$.

1) a) Vérifier que : $I = \ln(3/2)$ et $I + J = \ln 2$. b) En déduire la valeur de J.

2) a) Vérifier que : $\frac{1}{1 + e^t} = \frac{e^{-t}}{1 + e^{-t}}$. b) Retrouver la valeur de J.

3) a) Vérifier que : $\frac{e^{2t}}{1 + e^t} = e^t - 1 + \frac{1}{1 + e^t}$.

b) En déduire la valeur de l'intégrale $K = \int_0^{\ln 2} e^t \ln(1 + e^t) dt$.

Exercice 4 : (06)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{1}{1 + e^x}$.

1) a) Calculer $f'(x)$, en déduire que f est strictement décroissante sur \mathbb{R} .

b) Dresser le tableau de variation de f .

c) Montrer que f réalise une bijection de \mathbb{R} sur l'intervalle $]0, 1[$.

(on note g sa fonction réciproque)

2) a) Donner une équation cartésienne de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 0 .

b) Montrer que g est dérivable en $\frac{1}{2}$ et déterminer $g'(\frac{1}{2})$.

3) Montrer que C_f admet un point d'inflexion I que l'on précisera .

4) Expliciter $g(x)$, pour tout x de l'intervalle $]0, 1[$.

5) Tracer T et C_f dans un repère orthonormé .

6) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C_f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \ln 2$.

