Ministere de l'education

Direction régionale de l'education Monastir

Lycée Ibn khouldoun Jemmel

Mai 2017

Section : Sc.exp

# Bac Blanc

Proposé par : Mr Afli Ahmed

Mr Abroug Fethi

Durée de l'epreuve : 3 heures

Coefficient : 3

*Les élèves doivent traiter les quatre exercices*

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies*

## Exercice 1 :

Soit l'équation différentielle (E) : $y' + y = e^{-x}$.

1.) a. Soit h la fonction définie sur IR par h(x) = $axe^{-x}$. Déterminer a pour que h soit solution de (E).

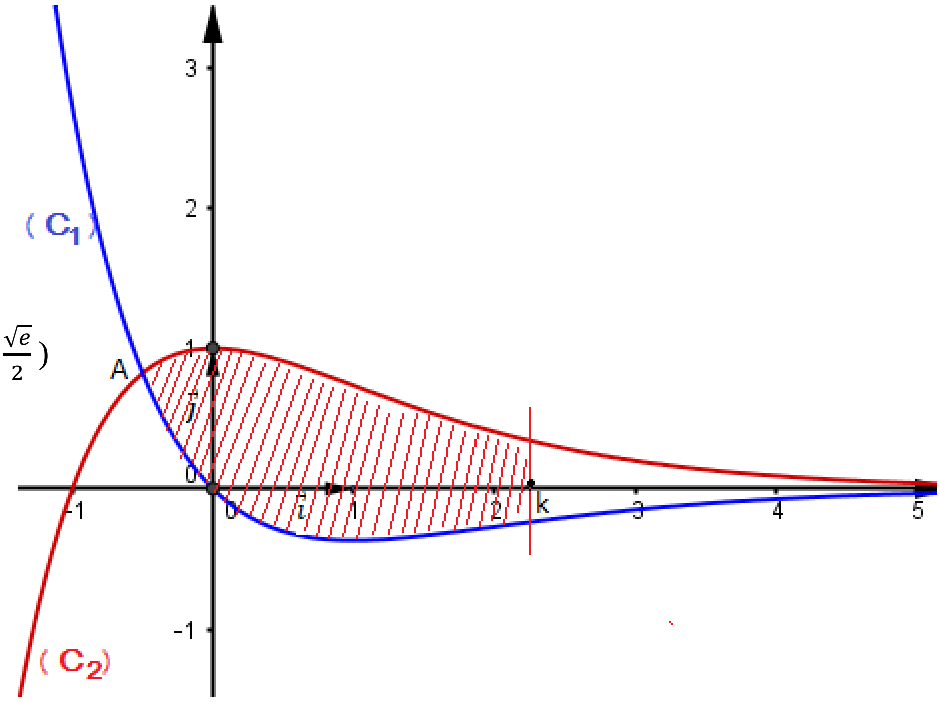
b. Résoudre l'équation différentielle $(E_0)$ : $y' + y = 0$.

c. Montrer qu'une fonction f est solution de (E) , si et seulement si, $f - h$ est solution de$(E_0)$.

d. Résoudre alors l'équation (E).

2.) Soit g une solution de l'équation (E).

Parmi les deux représentations graphiques suivantes, une représente la fonction g et la deuxième représente sa fonction dérivée g '.




On note :

Chaque courbe admet :

- Au voisinage de $-\infty$ une branche parabolique de direction $(O, \vec{j})$.
- Au voisinage de $+\infty$,l'asymptote horizontale $(O, \vec{i})$.
- $(C_1)$ et$(C_2)$ se coupent au point A$(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{e}}{2})$

Déterminer la courbe associée à fonction g et celle à g ',en expliquant la raison de votre choix.

3.) On admet que $g(x) = (x + 1)e^{-x}$ .

Soit $k \geq 0$ et $A(k)$ l'aire de la partie du plan délimitée par les courbes $(C_1)$ , $(C_2)$ et la droite d'équation x = $k$.

Déterminer $A(k)$, puis montrer que $\lim_{k \to +\infty} A(k) = 2\sqrt{e}$.

## Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = x - 2 + 2e^{-x}$. On désigne par (C ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique 2cm)

1) a. Justifier que f est dérivable sur IR et que $f'(x) = 1 - 2e^{-x}$

b. Dresser le tableau de variation de f

c. Montrer que la droite $\Delta : y = x - 2$ est une asymptote oblique au voisinage de $(+\infty)$

d. Calculer $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2) a. Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une seule solution $\alpha$ sur $[\ln 2 \ ; +\infty[$ et que $\alpha \in ]1;2[$

(On désigne par B le point de (C ) d'abscisse $\alpha$ )

b. Déduire que $e^{-\alpha} = 1 - \frac{\alpha}{2}$

3.) Tracer $\Delta$ et (C ).

4.) On désigne par A ( $\alpha$ ) l'aire de la région du plan limitée par (C ) et les droites d'équations x = 0, x = $\alpha$ et y = 0

Montrer que A ( $\alpha$ ) = 2( 2 $\alpha$ - $\alpha^2$ ) cm².

5.) On désigne par V ( $\alpha$ ) le volume de révolution de solide engendré par la rotation de l'arc $\widehat{OB}$ de la courbe (C ) autour de l'axe des abscisses.

a. Soit $I(\alpha) = \int_0^{\alpha} (x-2)e^{-x}\,dx$

Montrer à laide d'une intégration par partie que $I(\alpha) = \dfrac{\alpha^2 - 3\alpha}{2}$

b. Calculer alors V ( $\alpha$ ).

## Exercice 3 :

### Partie 1 :

Un test de dépistage d'une maladie responsable à la disparition des lapins a fourni les renseignements suivantes :

- 70% des lapins sont malades.
- Si un lapin est malade, le test est positif dans 93% des cas.
- Si un lapin n'est pas malade, le test est positif dans 5% des cas.

On note : M : « le lapin est malade » et P : « le test est positif ».

1.) a. Donner l'arbre de probabilité qui modélise cette situation.

b. Déterminer la probabilité que le test est positif.

2.) Sachant que le test est positif, déterminer la probabilité qu'un lapin soit malade.

3.) On choisit au hasard 5 lapins. Déterminer la probabilité que 4 lapins ont un test négatif.

### Partie 2 :

On suppose qu'un virus responsable à cette maladie a une durée de vie T exprimée en heures qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda$ .

La durée moyenne de vie d'un virus est donnée par $\lim\limits_{t \to +\infty} \displaystyle\int_0^t \lambda x e^{-\lambda x} dx.$

1.)a. A l'aide d'une intégration par parties, Montrer que $\lim\limits_{t \to +\infty} \displaystyle\int_0^t \lambda x e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda}$

b. Dans la suite, la durée moyenne de vie d'un virus étant de 100 heurs.

Déterminer la probabilité que le virus persiste dans l'organisme du lapin plus que 4 jours.

c. Sachant que le virus a persisté plus que 4 jours, quelle est la probabilité qu'il persiste moins qu'une semaine.

2.) a. Déterminer, en heure, le temps t tel que $p(T \geq t) = p(T \leq t)$

b. Définir puis représenter la fonction de répartition de T.

## Exercice 4 :

Le tableau suivant donne la population d'une ville nouvelle entre les années 1985 et 2015.

| Année | 1985 | 1990 | 1995 | 2000 | 2005 | 2010 | 2015 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année x | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| Population en milliers habitants y | 18 | 21 | 25 | 30 | 36 | 42 | 50 |

1.) a. Calculer la moyenne $\bar{X}$ et l'écart-type $\sigma_X$ de la variable X.

b. Calculer la moyenne $\bar{Y}$ et l'écart-type $\sigma_Y$ de la variable Y.

c. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série double (X,Y).

2.) a. Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrées.

(Les coefficients seront arrondis au millième)

b. Déduire de cet ajustement une estimation de la population en 2013, à un millier prés.

3.) L'allure du nuage de la série double (X,Y) incite à chercher un ajustement par une fonction f définie sur [0 ;+∞[ solution de l'équation différentielle $y' = 0{,}034y$ tels que f(0) = 18

a. Montrer f(x) = $18e^{0{,}034x}$.

b. Déduire de cet ajustement une estimation de la population en 2013, à un millier prés.

c. La population en 2013 était de 55 milliers. Lequel des deux ajustements vous semble plus pertinent ?

Justifier votre choix

d. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur [0 ; 30] ; on donnera le résultat arrondi au dixième.

e. Déterminer l'année au cours de laquelle la population atteint cette valeur moyenne.

**Bon Travail et**

**Excellente Réussite au Baccalauréat**