

Mathématiques	 Devoir de Synthèse n°02		
Lycée Ibn khaldoun ouesseltia			
Durée : 3 heures	<i>vendredi 12/05/2017</i>	<i>4 ème Sc</i>	<i>Mr: Arfaoui khaled</i>

Exercice N°1 (6 pts)

Un magasin vend trois types de calculatrices , 25 % des calculatrices sont de marque **Sharp**

35 % des calculatrices sont de marque **casio** et 40 % des calculatrices sont de marque **TI**

20 % des calculatrices de marque **Sharp** sont programmables

60 % des calculatrices de marque **casio** sont programmables et 75 % des calculatrices de marque **TI** sont programmables . on choisit au hasard une calculatrice et on note :

S : " la calculatrice choisie est de marque **Sharp** " ; **C** : " la calculatrice choisie est de marque **casio** »

T ; " la calculatrice choisie est de marque TI » ; **A** : " la calculatrice choisie est **programmable** »

1/ Modéliser cette situation par un arbre pondéré

2/ a) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants $A \cap S$; $A \cap C$ et $A \cap T$

b) En déduire que $p(A) = 0.56$

3/ sachant que ' la calculatrice choisie est programmable , calculer la probabilité qu'elle soit de marque **Sharp**

4/ On considère un lot de 10 calculatrices . soit X l'alea numérique qui prend pour valeur le nombre de calculatrices programmables

a) Déterminer la loi de probabilité de X

b) Calculer l'espérance mathématique de X

5/ On suppose que la durée de vie T exprimée en année d'une calculatrice suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0.125$

a) Calculer la probabilité qu'une calculatrice ait une durée de vie supérieur à 8 ans

b) Calculer la probabilité qu'une calculatrice ait une durée de vie inférieur à 36 mois

c) On sait qu'une calculatrice a déjà fonctionnée 4 ans . qu'elle est la probabilité qu'elle tombe en panne avant 10 ans

d) Un lycée commende n calculatrices ($n \geq 2$) . on suppose que la durée de vie est indépendante des autres calculatrices . Calculer la probabilité P_n « qu'au moins une calculatrice ait une durée de vie inférieur a 8 ans puis déterminer le plus petit entier pour le quel $P_n \geq 0,998$

Exercice N°2 (4 pts)

On considère les équations différentielles (E_0) : $y'+y=0$ et (E) : $y'+y=e^{-x}$

1/ Résoudre l'équation différentielle (E_0)

2/ Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = a x e^{-x}$ ou a est un réel

Déterminer le réel a pour que la fonction g soit une solution de (E)

3/ a) Montrer que f est une solution de (E) si et seulement si $f-g$ est une solution de (E_0)

b) En déduire les solutions de (E)

c) Donner la solution f de (E) tel que $f(0) = 1$

4/ Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (1+x) e^{-x}$ et soit $V_n = \int_0^n f(x) dx$

a) Sans intégration par partie, Montrer que pour tout n de \mathbb{N}^* , $V_n = 2 - (2+n)e^{-n}$

b) Calculer la limite de la suite V_n

Exercice N°3 (4pts)

Le capital Y d'une équipe sportive (en milliers de dinars) en fonction du nombre de ses abonnés X (en milliers) est donné dans le tableau suivant :

Nombre d'abonnés x	1	2	3	4	5	6
Capital Y	1	6	30	81	170	300

On pose $Z = \ln(Y)$ (**NB : tous les valeurs sont arrondis à 10^{-2} près**)

1) a) Recopier le tableau suivant sur votre copies puis le compléter :

X	1	2	3	4	5	6
Z					5.14	

b) Déterminer les moyennes arithmétiques et les écarts types de X et Z

c) Calculer le coefficient entre X et Z et interpréter graphiquement ce résultat

d) Déterminer une équation cartésienne de la droite de régression **D** de **Z** en **X**

e) En déduire que $y \cong 0.58 e^{1.13x}$

2/ Déterminer le nombre de capital si le nombre d'abonnés de cette équipe dépasse 10000

Exercice N :4(06pts)

I) On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = e^x - x - 1$.

- 1) Dresser le tableau de variation de g .
- 2) Calculer $g(0)$. En déduire le signe de $g(x)$, pour $x \in \mathbb{R}$.

II) Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x + 2)e^{-x} + x - 2$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.
- c) Montrer que la droite $\Delta : y = x - 2$ est une asymptote oblique à la courbe (C) au voisinage de $(+\infty)$.
- d) Etudier la position relative de (C) et Δ .
 - 2) a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout réel x ; $f'(x) = e^{-x}g(x)$.
 - b) Dresser le tableau de variation de f .
 - 3) a) Montrer que O est un point d'inflexion à la courbe (C).
 - b) Tracer la droite Δ et la courbe (C) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- 4) Soit λ un réel strictement supérieur à -2 .

On désigne par $A(\lambda)$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite Δ et les droites d'équations $x = -2$ et $x = \lambda$.

 - a) En intégrant par parties $\int_{-2}^{\lambda} (x + 2)e^{-x} dx$, montrer que $A(\lambda) = e^2 - (\lambda + 3)e^{-\lambda}$.
 - b) Calculer $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$.

BON TRAVAIL

