

L . Menchia	MATHS	4 Sc. Exp
TLILI M . B	Devoir de Synthèse N° 2	2016 - 2017

Durée : 3 Heures

Exercice 1 (3 points)

VRAI – FAUX

Chaque réponse juste vaut 1 point et chaque réponse fausse vaut 0

Répondre par vrai ou faux pour chaque question en justifiant la réponse

1/Soit f une fonction continue sur \mathbb{R} et paire et a un réel non nul , alors l'équation :

$f'(x) = 0$ admet dans $]-a, a[$ au moins une solution

2/Un dé cubique truqué à six faces, numérotées de 1 à 6 ,de façon que la probabilité d'avoir une face est proportionnelle au numéro de la face F_i alors : $p(F_3) = \frac{1}{7}$

3/Soit (E) : $y + y^3 = -y'$. où $y(x)$ est une fonction non nulle

On pose $Z = \frac{1}{y^2}$ alors : $z' = 2z + 2$.

Exercice 2 (5 points)

Soit un cube ABCDEFGH d'arête 1 et I le milieu de [A B].

1/Soit S la sphère de centre I et passant par E

a) Montrer que D et F sont deux point de S

b) En considérant le repère (A , \vec{AB} , \vec{AD} , \vec{AE}) , donner une équation cartésienne de S

2/a)Montrer qu'une équation cartésienne du plan (BCH) est : $x + z - 1 = 0$

b)Montrer que (BCH) coupe S selon un cercle c de centre J ($\frac{3}{4}, 0, \frac{1}{4}$) et de rayon r

qu'on calculera

3/a)Vérifier que E est un point de c

b)Soit E' le poine de c diamétralement opposé à E , Calculer les coordonnées de E'

4/Trouve un point de la droite (BC) appartenant à c

Exercice 3 (5,5 points)

Des moustiques entrent dans la salle d'une famille où sont installés une maman et son bébé
On suppose qu'une moustique peut piquer au plus deux personnes.

On admet que la probabilité que la moustique pique le bébé est 0,4 , qu'elle pique la
maman quand elle a piqué le bébé est 0,2 et que la probabilité qu'elle ne pique ni le bébé ni
la maman est 0,18

1/Soient les événements : B :« La moustique pique le bébé » et M : « La moustique pique
la maman »

Tous les résultats dans cette question seront arrondis à 10^{-2}

- Montrer que $p(\overline{M} / \overline{B}) = 0,3$
- Construire un arbre pondéré de la situation probabiliste
- Calculer $p(M)$
- Lorsque la moustique a piqué la maman , quelle est la probabilité qu'elle pique le
bébé ?

2/En fait le nombre de moustiques dans la salle est de 5

Quelle est la probabilité qu'au moins deux d'entre elles piquent le bébé et la maman ?

3/ On admet que la douleur causée par la piqure de la moustique peut durer jusqu'à 20
minutes à partir du moment de cette piqure et désigne par T la variable aléatoire associée à
la durée de la douleur.

- Calculer $p(T = 10)$ et $p(T < 10)$
- Sachant que la douleur a duré 10 minutes quelle est la probabilité qu'elle continue
encore pendant 5 minutes ?

4/La maman va essayer de tuer ces moustiques.

On admet que la variable aléatoire θ égale au temps, en minutes, mis pour tuer une
moustique suit une loi exponentielle de paramètre λ

- Montrer qu'une valeur approchée à 10^{-3} près de λ , si on connaît que :
 $p(\theta < 10) = 0,8$ est 0,161
- Quelle est la probabilité que toutes les moustiques seront tuées pendant 20 minutes
au maximum ?

Exercice 4 (6,5 points)

On définit sur \mathbb{R} , la fonction f par : $f(x) = (x + 1)e^{-x}$

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \overset{\circ}{i}, \overset{\circ}{j})$

1/a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement

b) Montrer que (C) admet l'axe des abscisses comme asymptote

2/a) Montrer que f admet en un maximum égal à 1

b) Dresser le tableau de variation de f

3/a) Ecrire une équation de la tangente T à (C) au point d'abscisse (-1)

b) Sur l'annexe, On a dessiné la courbe de la fonction exponentielle.

Tracer dans le même repère T et (C)

4/ Soit g_n , la suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par

$$g_1 = \int_{-1}^0 f(x) dx \quad \text{et pour tout } n > 1 \quad g_n = \pi \int_{-1}^0 f^n(x) dx$$

a) Interpréter graphiquement g_1

b) Utiliser une intégration par parties pour calculer g_1

c) Interpréter graphiquement g_2 et faites la figure (sur la courbe (C))

d) Montrer que $g_2 = \pi \left(\frac{e^2 - 5}{4} \right)$

Annexe (A rendre avec la copie)

