LS EL Alia	***Devoir de synthèse n°2***	***AS : 2018/2019***
Prof: Tlich Ahmed	***(Bac Science 2)***	***Durée: 3h***

Exercice n°1 :(2 points)

Choisir l'unique bonne réponse et sans justification

1) $\lim_{n\to+\infty} x\ ln\left(\frac{1}{x}\right)$ égal à a) -∞ b) 0 c) +∞

2) L'ensemble des points M de l'espace vérifiant : $\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ est

a) Une droite b) Un plan c) Une sphère

Exercice n°2 : (6 points)

L'espace est munie d'un repère orthonormé ($0,\vec{i},\vec{j},\vec{k}$) .

On considère les points A (1,2,0) , B(2,1,1) ,C(1,3,-2) et D(3,-4,3).

1) a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
   b) Déterminer une équation cartésienne du plan P = (ABC).
   c) Vérifier que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.
   d) Déterminer le volume du tétraèdre ABCD.

2) Soit S l'ensemble d'équation : $x^2 +y^2+z^2 -2x +4y -2z -6=0$
   a) Montrer que S est une sphère de centre I(1,-2,1) et dont on précisera le rayon.
   b) Monter que P et S sont sécants suivants un cercle dont on précisera le rayon et les coordonnées du centre J.

3) a) Vérifier que D appartient à S.
   b) Déterminer une équation du plan Q tangent à S en D.
   c) Monter que P et Q sont perpendiculaires.

4) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ passant par D et perpendiculaire à Q.
   b) Montrer que our tout oint M de Δ la distance d (M, P) est constante.
   c) Montrer qu'il existe deux sphères S'et S'' tangentes aux deux plans P et Q et dont leurs centres appartenant à la droite Δ.

Exercice n°3 : (8 points)

A) Soit la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x) = ln^2x - 2lnx$ et (C_g) sa courbe représentative dans l'annexe ci-joint.

1) Etudier les variations de g.

2) a) Montrer que g réalise une bijection de $]0,e]$ sur un intervalle J à déterminer.
   b) Construire dans le même repère la courbe de g^{-1}.
   c) g^{-1} est-elle dérivable à droite en -1 ? Justifier votre réponse.
   d) Vérifier que g(x) =$(lnx\ -1)^2 - 1$ puis expliciter $g^{-1}(x)$.

3) Déterminer par le calcul les abscisses des points d'intersection de (C_g) avec l'axe des abscisses.

4) a) Par une intégration par partie calculer $\int_1^e ln^2x\ \ dx$
   b) Calculer A l'aire de la partie du plan limitée par (C_g), l'axe des abscisses et les droites d'équation x=1 et x=e.
   c) Déduire la valeur de $\int_{-1}^{0} g^{-1}(x)\ \ dx$

5) a) Déterminer une équation de la tangente T à C_g au point d'abscisse 1.
   b) Construire dans l'annexe la tangente T puis déduire graphiquement que pour tout x∈ $]0,+\infty[$: $g(x) + 2x \geq 2$

B) Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = 2lnx - \frac{ln^2x}{x}$ et soit (C_f) sa courbe.

1)a) Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)+2x}{x^2}$
   b) Dresser le tableau de variation de f.
   c) Calculer $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat.

2) Construire dans le même repère la courbe de f.

3) Calculer B l'aire de la partie du plan limitée par (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équation x=1 et x=e.

Exercice n°4 : **(4 points)**
Dans le graphe ci-dessous, on a construit la courbe de la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par f(x) =ln(x+2) et la droite Δ: $y = x$.

1) **Graphiquement :**

a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Montrer que l'équation f(x) =x admet une unique solution $\propto$ puis vérifier par le calcul que $1.1 < \propto < 1.2$

c) Dresser le tableau de signe de f(x) -x.

2) Soit la suite (U_n)définie sue IN par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

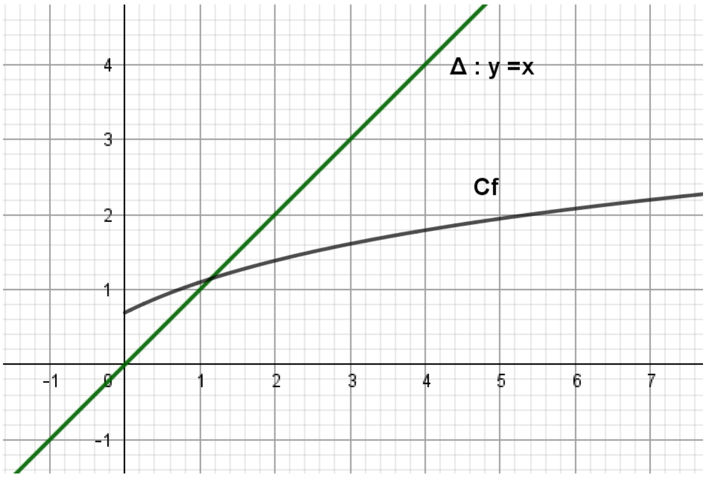
a) Montrer que pour tout n$\in IN$: $0 \leq U_n \leq \propto$.

b) Montrer que (U_n) est croissante.

3) a) Monter que pour tout $x \in [0, +\infty[$: $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$

b) Déduire que :$|U_{n+1} - \propto| \leq \frac{1}{2}|U_n - \propto|$

c) Montrer que :$|U_n - \propto| \leq (\frac{1}{2})^n$ puis déduire la limite de (U_n)



Bon travail

Nom et prénom :……

Annexe de l'exercice n°3