Lycée TheLepTe 2011-2012 Durée : 3heures	**Devoir De synthese n°2** Niveau : 4 ème Science expérimentales Epreuve : Mathématiques Prof : Mhamdi Abderrazek

EX 1 :(3points)

Répondre par vrai ou faux

1).L'équation $\ln^2(x)+3\ln(x)-4=0$ admet dans $]0;+\infty[$ deux solutions distinctes

2).L'intégrale $\int_0^1 \frac{dt}{1+t^2}$ est comprise entre 0.5 et 1

3).Soit A et B deux points distincts de l'espace .

L'ensemble des points M de l'espace tel que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ est un plan

EX 2 :(6points)

1).soit g la fonction définie sur $]0.+\infty[$ par $g(x)=1-x^2-\ln(x)$

a).Dresser le tableau de variation de g sur $]0.+\infty[$

b).calculer g(1) en déduire le signe de g(x) sur $]0.+\infty[$

2).Soit f la fonction définie sur $]0.+\infty[$par $f(x)=\frac{\ln(x)}{x}-x$ et $\mathscr{C}$ sa courbe dans un repère orthonormé $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

a).montrer que $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

b). Dresser le tableau de variation de f sur $]0.+\infty[$

3).a).montrer que D : y=-x est une asymptote à $\mathscr{C}$

b).Etudier la position de $\mathscr{C}$ et D

c).Tracer D et $\mathscr{C}$.

4). Calculer l'aire du domaine du plan limité par les droites d'équations :x=1 ;x=e et la droite D et la courbe $\mathscr{C}$.

EX 3 :(5points)

Soit h la fonction définie sur $[0. +\infty[$ par $h(x) = x\ln(x)$ si $x>0$ et $h(0)=0$

1).Montrer que h est continue à droite en 0

2).a).Etudier la dérivabilité de h à droite en 0

b).interpréter ce résulta graphiquement

3).a).Dresser le tableau de variation de h

b).Tracer la courbe Γ de h dans un repère orthonormé $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

c). Calculer l'aire du domaine du plan limité par les droites d'équations :$x=e^{-1}$;x=1 et l'axe des abscisse et la courbe Γ .

EX 4 :(6points)

Soit$(o ;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$ un ROND de l'éspace et A(1 ;2 ;3) ; B(2 ;3 ;4) ;C(-2 ;3 ;5)

1)a).Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b).En déduire que A ;B et C forment un seul plan d'équation cartésienne : x-5y+4z-3=0

2).Montrer que le plan Q :x+y+z-6=0est perpendiculaire à P suivant une droite à préciser.

3).soit S :{M(x ;y ;z) tel que $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+11=0$}

a).Montrer que S est la sphère de centre A et de rayon AB

b).Caractériser $S \cap P$; $S \cap Q$ et $S \cap (AB)$.

BON TRAVAIL

Lycée ThelepTe 2011-2012	

CorreCtion du devoir de synthese n°2

Niveau : 4 ème Science expérimentales
Epreuve : Mathématiques
Prof : Mhamdi Abderrazek

EX 1 :(3points)

1).Vrai. 2).Vrai. 3).Faux.

EX 2 :(6points)

1).a).g'(x)=-2x-$\frac{1}{x}$ <0

x		0	+∞
g'(x)		—	
g		+∞ ↘	-∞

$\lim_{0^+} g=+\infty$; $\lim_{+\infty} g=-\infty$;

b).g(1)=1-1²-ln(1)=0-0=0

Signe de g(x) :

x		0	1	+∞
g(x)		+	0	-

2).a).f'(x)=$\frac{\frac{1}{x}x-\ln(x)}{x^2}$ -1=$\frac{1-\ln(x)-x^2}{x^2}$ =$\frac{g(x)}{x^2}$

b).signe(f(x))=signe(g(x)) (car x²>0)et $\lim_{0^+} f=-\infty$; $\lim_{+\infty} f=-\infty$;et f(1)=-1

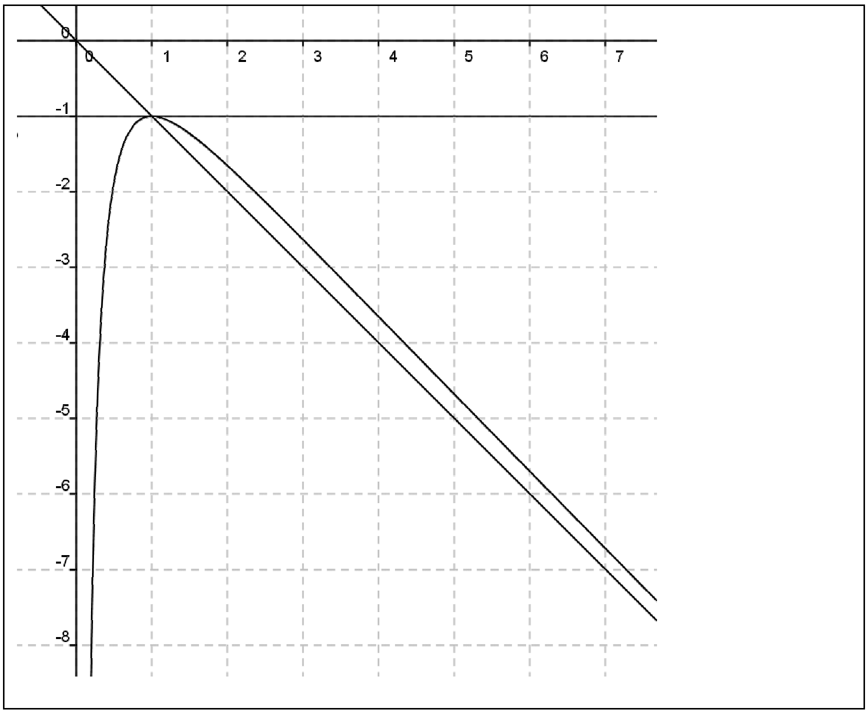
x		0		1		+∞
f '(x)			+	0	-	
f		-∞	↗	-1	↘	-∞

3).a).$\lim_{x\to+\infty} f(x)$- (-x) = $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x}$ = 0d'où D :y = - x est une asymptote à ℓ au voisinage de +∞

b).On a f(x)-(-x)= $\frac{\ln(x)}{x}$ d'où :

x		0	1	+∞
f(x)-(-x)		-	0	+
Position de ℓ et D		ℓ est en dessous de D	$\ell \cap D$	ℓ est en dessus de D

c).



4).$\mathcal{A}=\int_1^e |f(x)-(-x)|\,dx=\int_1^e \left|\frac{\ln(x)}{x}\right| dx=\int_1^e \frac{\ln(x)}{x}\,dx=\left[\frac{ln^2(x)}{2}\right]_1^e=\frac{1}{2}$ u.a

EX 3 :(5points) :

1). $\lim_{x\to0^+} h(x)=\lim_{x\to0^+} xln(x)=0=h(0)$ signifie h est continue à droite en 0.

2).a).$\lim_{x\to0^+} \frac{h(x)-h(0)}{x-0}=\lim_{x\to0^+} \frac{xln(x)}{x}=\lim_{x\to0^+} \ln(x)=-\infty$ signefie h n'est pas dérivable à droite en 0.

b).La courbe Γ de h admet au point d'abscisse 0 une demi-tangente parallèle à $(O,\vec{j})$

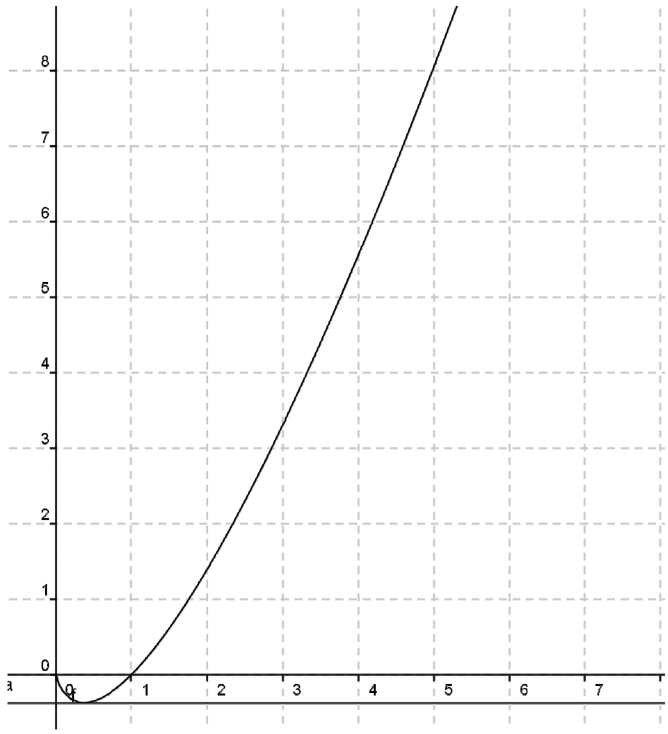
3).a). ∀x>0 on a h'(x)=ln(x)+1

h'(x) >0 signifie ln(x)+1 >0 signifie ln(x) > -1 signifie x> e^{-1}

- d'autre part on a $\lim_{+\infty} h=+\infty$ et $h(e^{-1})=-e^{-1}$

x	0		e^{-1}		$+\infty$
h '(x)	‖	-	0	+	
h	0	↘	$-e^{-1}$	↗	$+\infty$

b).On a $\lim_{x\to+\infty} \frac{h(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x\ln(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \ln(x) = +\infty$ donc Γ admet une branche parabolique de direction $(O,\vec{j})$ au voisinage de $+\infty$



c). $\mathcal{A}'=\int_{e^{-1}}^{1}|h(x)|\,dx=\int_{e^{-1}}^{1} -x\ln(x)\,dx$

On pose $\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = -x \end{cases}$ alors $\begin{cases} u'(x) = \frac{1}{x} \\ v(x) = \frac{-x^2}{2} \end{cases}$

Donc $\mathcal{A}'=\left[\frac{-x^2\ln(x)}{2}\right]_{e^{-1}}^{1}+\int_{e^{-1}}^{1}\frac{-x^2}{2x}\,dx=\left[\frac{-x^2\ln(x)}{2}\right]_{e^{-1}}^{1}+\left[\frac{-x^2}{4}\right]_{e^{-1}}^{1}=\frac{1-3e^{-2}}{4}$ u.a.

EX 4 :(6points)

1).a). $\overrightarrow{AB}$^$\overrightarrow{AC}$ $=\vec{\imath}-5\vec{\jmath}+4\vec{k}$.

b). $\overrightarrow{AB}$^$\overrightarrow{AC} \neq \vec{0}$ signifie $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires signifie

2).$\overrightarrow{N_P}.\overrightarrow{N_Q}$=1-5+4=0 signifie $\overrightarrow{N_P} \perp \overrightarrow{N_Q}$ signifie P⊥Q.

.On remarque que A∈P∩Q et C∈P∩Q d'où P∩Q=(AC).

3).a).S : $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=3=(\sqrt{3})^2$ d'où S est la sphère de centre A(1,2,3) et de rayon $\sqrt{3}$=AB

b).i). S∩P =le cercle ζ de centre A et de rayon $\sqrt{3}$(car A∈P)(Pétant le plan de ζ)

ii). S∩Q= le cercle ζ' de centre A et de rayon$\sqrt{3}$(car A∈Q)(Qétant le plan de ζ')

iii).On a A est le centre de S et B∈S donc S∩(AB)={B ;E} où[BE] est un diamètre de S. on trouvera E(0 ;1 ;2).

BON TRAVAIL