Lycée secondaire ALI BOURGUIBA		2008 - 2009
Épreuve : Mathématiques	Devoir de synthèse n° 3	Durée : 3H
Prof : MAATALLAH	Le 08 - 05 - 2009	Classe : 4 Sc 3

EXERCICE N° 1 (5 points)

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du pourcentage de logiciels piratés en Tunisie de2000 à 2008. X désigne le rang de l'année et Y le pourcentage de logiciels piratés.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année : X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Pourcentage : Y	85	78	73	66	57	51	47	44	43

1/ Représenter le nuage de points associé à la série statistique (X , Y) dans un repère orthogonal.

2/ Calculer le coefficient de corrélation r. Un ajustement affine est-il fiable ? Si oui, déterminer la droite de régression de Y en X et la construire. Donner une estimation du pourcentage de logiciels piratés en 2012

3/ Les experts cherchent à modéliser cette évolution par une fonction dont la courbe est voisine du nuage de points. Pour cela, on pose $Z = ln(Y)$.

a) Déterminer une équation de la droite de régression de Z en$X$. En déduire l'expression de Yen fonction de X

b) Donner une estimation du pourcentage de logiciels piratés en 2012

4/ On admet que la fonction f définie sur $[\,0 , +\infty[$ par : $f(t) = 85e^{-0,093t}$ est une modélisation satisfaisante de l'évolution du pourcentage de logiciels piratés depuis 2000 .

a) Etudier le sens de variation de f sur $[\,0 , +\infty[$ et construire sa courbe (C_f) dans le même repère .

b) Calculer $I = \int_0^8 f(t)dt$. En déduire le pourcentage moyen durant les années de 2000 à 2008.

EXERCICE N° 2 (4 points)

Soit l'équation différentielle (E) : $y'' + 4y = 0$

1/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) .

2/ Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O ,\vec{i}, \vec{j})$. Déterminer la fonction f solution de l'équation différentielle (E) qui satisfait au conditions suivantes : *) la courbe (C_f) de f passe par le point $A(\frac{\pi}{2} , -1)$

****) La tangente à la courbe (C_f) en A est parallèle à la droite $D: y = 2x$**

3/ On pose $f(x) = \sqrt{2}cos(2x + \frac{\pi}{4})$ et S le solide de révolution obtenu en faisant tourner l'arc $[\widehat{BC}]$ de la courbe (C_f) de f autour de l'axe des abscisses avec $B(0 , 1)$ et $C(\frac{\pi}{8} , 0)$. Calculer le volume de S.

EXERCICE N° 3 (4 points)

Un quincaillier achète des ampoules à trois fournisseurs dans les proportions suivantes : 20% au premier fournisseur , 50% au deuxième fournisseur et 30% au troisième fournisseur. Le premier fournisseur fabrique 97% d'ampoules sans défaut, le deuxième fournisseur fabrique 98% d'ampoules sans défaut et le troisième fournisseur fabrique 95% d'ampoules sans défaut.

1/ On choisit une ampoule au hasard dans le stock.

a) Montrer que la probabilité d'obtenir une ampoule défectueuse est égale à : 0,031

b) Sachant que l'ampoule choisie est défectueuse, quelle est la probabilité qu'elle provienne du premier fournisseur.

2/ On monte 12 ampoules sur un lustre. Calculer la probabilité pour qu'une ampoule au plus soit défectueuse.

3/ La durée de vie en heures d'une ampoule, notée T , suit une loi exponentielle de paramètre : $\lambda = 2.10^{-5}$

a) Quelle est la probabilité pour qu'une ampoule dure plus de 25000 heures ?

b) Quelle est la probabilité pour qu'une ampoule dure plus de 50000 heures, sachant qu'elle a déjà duré 25000 heures ?

EXERCICE N° 4 (7 points)

Dans l'annexe la courbe (C_f) représente une fonction f définie sur $]0,+\infty[$ et la droite D d'équation : $y = x$.

1/ Par une lecture graphique déterminer :

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$

b) Le tableau de variation de f.

2/ Soit g la restriction de f à $[1 , +\infty[$

a) Justifier que g réalise une bijection de $[1 , +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Tracer la courbe $(C_{g^{-1}})$ de la fonction réciproque de g dans le repère de l'annexe.

3/ On suppose que $f(x) = x + (x-2)\ln x$. A l'aide d'une intégration par parties calculer $\mathcal{A}$ l'aire de la. partie du plan limitée par (C_f) , $(C_{g^{-1}})$ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$

4/ Soit φ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\varphi(x) = 1 + (x-1)e^{-x}$

a) Dresser le tableau de variation de φ.

b) Calculer $\varphi(0)$, en déduire le signe de $\varphi(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$.

5/ Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x(1 - e^{-x})$ et (C_h) sa courbe dans un autre repère orthonormé .

a) Dresser le tableau de variation de h.

b) Montrer que $D : y = x$ est une asymptote à (C_h) au voisinage de $(+\infty)$ puis tracer (C_h) .

6/ Soit la suite U définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = \frac{1}{2}$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = h(U_n)$.

a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_n \geq 0$.

b) Montrer que U est décroissante. En déduire qu'elle est convergente et déterminer sa limite.

Bonne chance et excellente réussite au Baccalauréat

Nom et prénom :………………………………. # Annexe à rendre avec la copie

Classe : 4 Sc 3