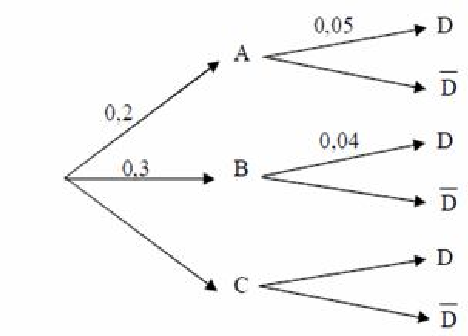
Bac blanc	**Epreuve : Mathématiques**
Section : SC – EXP	**coef : 3**
l- ibn khaldoun Oueslatia : Mai 2010	**Durée : 3h**
	Prof : Arfaoui - khaled

<u>Exercice 1</u> : (3 points)

L'élève doit écrire sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la bonne réponse

I) On donne l'arbre pondéré de probabilité ci-contre

tel que p(D) = 0,027



1) $p(A \cap D)$ est égale à :

a / 0,01 ; b / 0,02 ; c / 0,012

2) $p(C \cap D)$ est égale à :

a/ 0,004 ; b/ 0,005 ; c / 0,002

3) $p(C / D)$ est égale à :

a/ $\frac{7}{27}$; b / $\frac{6}{27}$; c / $\frac{5}{27}$

II) $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{Ln(1+\sqrt{x})}{x}$ est égale à :

a / 1 ; b / $+\infty$; c / $-\infty$

III) Les solutions de l'équation différentielle (E) : $3y' = y - 6$ sont

a/ $y(x) = ke^{x} + \frac{2}{3}$, $k \in ℝ$; b/ $y(x) = ke^{-\frac{1}{3}x} + \frac{2}{3}$, $k \in ℝ$;

c/ $y(x) = ke^{\frac{1}{3}x} + 6$, $k \in ℝ$

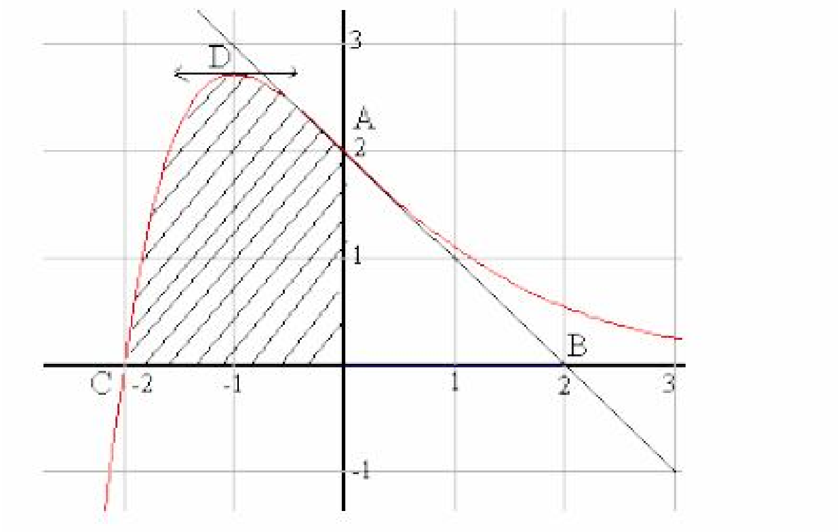
IV) La variable aléatoire X associé à la durée de vie en années d'une machine suit la loi exponentielle de paramètre λ , $\lambda \succ 0$, sachant que cette machine a déjà fonctionné 2 ans , alors la probabilité que cette dernière a une durée vie supérieur à 5 ans est :

a/ $e^{-3\lambda}$; b / $e^{-4\lambda}$; c / $e^{-5\lambda}$

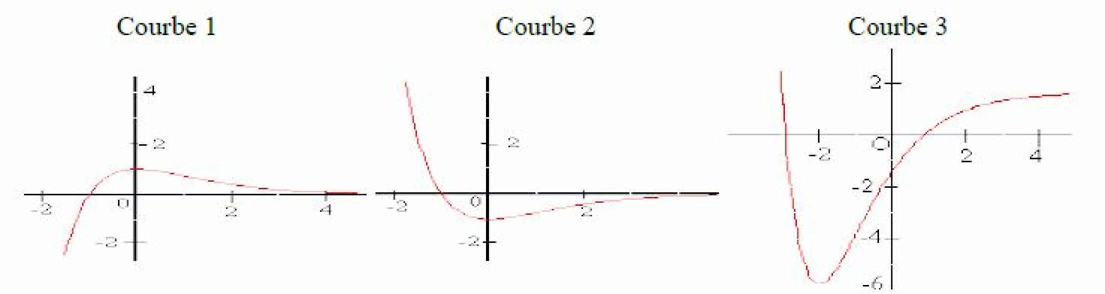
<u>Exercice 2</u> (6 points)

On a représenté ci – dessous la courbe C dans un repère orthonormé d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. La courbe C passe par les points A (0, 2) et C (-2, 0) et la droite (AB) est tangente en A à C

La tangente à C en son point D d'abscisse (-1) est parallèle à l'axe des abscisses



1/ Parmi les trois courbes ci-dessous , une représente la fonction dérivée $f\,'$ de f et une autre représente une primitive F de f sur $\mathbb{R}$



Déterminer, avec justification, la courbe associée à $f\,'$ et celle qui est associée à F

2/ a) Par une lecture graphique, donner f(0) et montrer que $f'(0) = -1$

b) Sachant que $f(x) = (x + b)\,e^{a\,x}$ où a et b $\in \mathbb{R}$, montrer que $f(x) = (x + 2)\,e^{-x}$

3/ Calculer l'aire (en u.a) de la surface hachurée

4/ a/ Soit $F(x) = \left(-\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{13}{4}\right) e^{-2x}$, montrer que F est une primitive de f^2 sur $\mathbb{R}$

b/ Calculer le volume du solide de révolution obtenu par la rotation de l'arc $\overset{\frown}{AC}$ de $\mathcal{C}$ autour de l'axe des abscisses

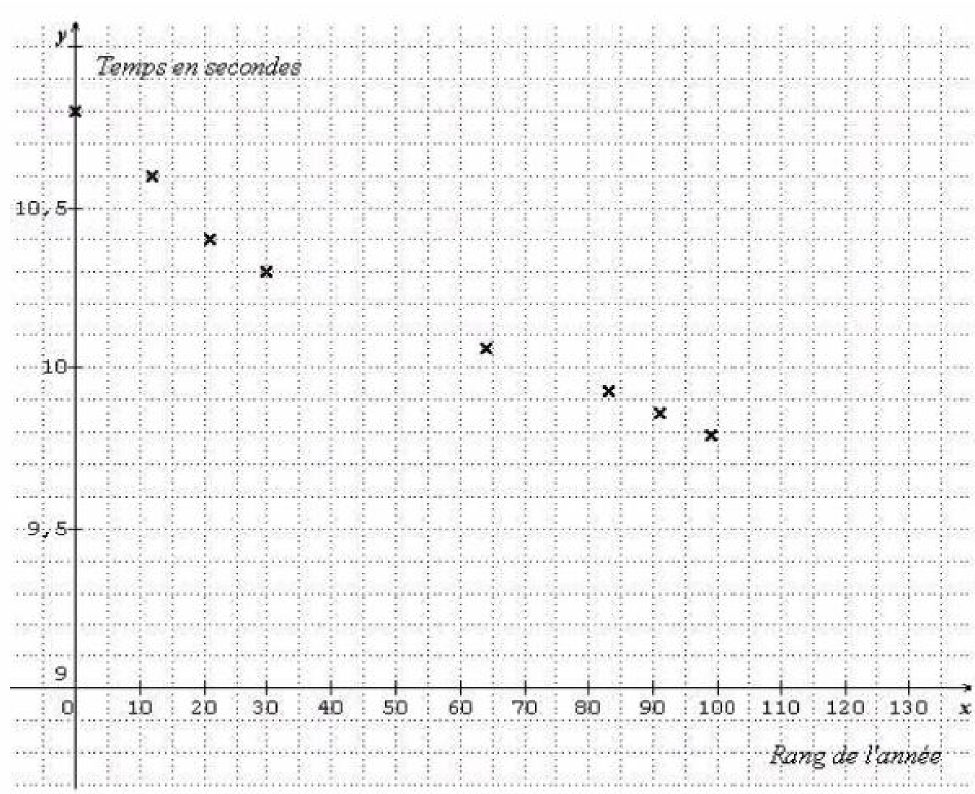
<u>Exercice 3</u> (5 points)

On veut étudier l'évolution des records de l'épreuve d'athlétisme du 100 mètres masculin.

On donne dans le tableau suivant certains records, établis depuis 1900

Année	1900	1912	1921	1930	1964	1983	1991	1999
Rang de l'année x_i	0	12	21	30	64	83	91	99
Temps en secondes y_i	10,80	10,60	10,40	10,30	10,06	9,93	9,86	10,79

Le graphe ci – dessus représente le nuage de points associé à cette série



1- **<u>Etude d'un modèle affine</u>**

a/ D'après le nuage ci – dessus, peut- on envisager un ajustement affine ? Justifier

b/ Cet ajustement affine reste-t-il pertinent (valable) à long terme ?

2- **<u>Etude d'un modèle exponentiel</u>**

Après étude, on choisit de modéliser la situation par une autre courbe. On effectue les changements de variables suivants : $t = e^{-0,00924\,x}$ et $z = Ln(y)$ on obtient le tableau suivant :

$t_i = e^{-0,00924 x_i}$	1	0,895	0,824	0,758	0,554	0,464	0,431	0,401
$z_i = Ln(y_i)$	2,380	2,361	2,342	2,332	2,309	2,296	2,288	2,281

a/ Donner la droite de régression de z en t obtenue par la méthode des moindres carrés

b/ En déduire que $y = \exp\left(ae^{-0,00924\,x} + b\right)$ où a et b sont deux réels à déterminer

c/ A l 'aide de cet ajustement, quel record du 100 mètres peut –on prévoir en 2010 ?

d/ Calculer la limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par
$f(x) = \exp\left(0,154\, e^{-0,00924\,x} + 2,221\right)$

e/ Arrivera-t-il un jour qu'un athlète réalise un record de 8,53 secondes ? Justifier

<u>Exercice 4</u> (5 points)

On se propose de résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E) : $y' - 2y = 2e^{2x} - 2$

1/ Montrer que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 2xe^{2x} + 1$ est une solution de (E)

2/ on pose $f(x) = g(x) + h(x)$

a) Montrer que f est solution de (E) si et seulement si g est solution de l'équation différentielle (E') : $z' - 2z = 0$

b) Résoudre (E') et en déduire les solutions de (E)

c) Déterminer la solution f_0 de (E) qui s'annule en 0

d) Calculer l'intégrale $\int_0^{\frac{1}{2}} (1 - f_0(x))\, dx$