

L-S-Ibn khaldoun	DEVOIR DE SYNTHESE N°3	Classe:4sc
Date : 11/5/2012	MATHEMATIQUES	Durée : 3h
Prof :A-khaled		

Exercice n°2: (4pts)

Pour entretenir en bon état de fonctionnement le chauffage, une société fait contrôler les chaudières pendant l'été . Des études statistiques menées donnent les résultats suivants :

- **20%** des chaudières sont sous garantie. Parmi les chaudières sous garantie , la probabilité qu'une chaudière soit défectueuse est de 1%
- Parmi les chaudières qui ne sont plus sous garantie , la probabilité qu'une chaudière soit défectueuse est de 10%

On appelle G l'événement suivant « la chaudière est sous garantie »

1/ Construire un arbre pondéré de probabilité décrivant la situation

2) Calculer la probabilité des événements suivants

A« la chaudière est sous garantie et défectueuse »

D« la chaudière défectueuse »

3) On sait que la chaudière défectueuse , qu'elle est la probabilité qu'elle soit sous garantie.

4) la contrôle est gratuit si la chaudière est sous garantie , il coûte 20 dinars si la chaudière n'est plus sous garantie et n'est pas défectueuse, il coûte 200 dinars si la chaudière n'est plus sous garantie et défectueuse.

On note X la variable aléatoire qui représente le coût du contrôle d'une chaudière .

Déterminer la loi de probabilité de X et son espérance mathématique

Exercice n°3: (4pts)

1) On considère l'équation différentielle (E) : $y' + y = e^{-x}$

a) Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = ax e^{-x}$ (ou a est un réel)

Déterminer a pour que g soit une solution de (E)

b) Montrer que h est une solution de (E) si et seulement si (h-g)

est une solution de (E') : $y'+y=0$

c) Résoudre alors l'équation différentielle (E) et donner la solution h de (E) tel que $h(0) = 1$

2) Soit f la fonction définie par : $f(x) = (1+x) e^{-x}$ et soit $v_n = \int_0^n f(x) dx$ ou $n \in \mathbb{N}^*$

a) Sans intégration par parties , Montrer que pour tout n de \mathbb{N}^*

$$V_n = 2 - (2+n) e^{-n}$$

b) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$

Exercice n°4 ⊗(3pts)

Une machine est achetée 3000 dinars .le prix de revente y , exprimé en dinars , est donné en fonction du nombre x d'années d'utilisation par le tableau suivant

nombre x d'années d'utilisation	0	1	2	3	4	5
le prix de revente y	3000	2400	1920	1536	1229	983

1/ a- Représenter le nuage de points associés à la série statistique

(x_i, y_i) dans un repère orthogonal du plan ainsi que point moyen G .

les unités seront : 2cm pour une année sur l'axe des abscisses

1 cm pour 200 dinars sur l'axe des ordonnées

b- calculer le coefficient de corrélation et interpréter ce résultat

2/a- Donner une équation de la droite de régression D de y en x obtenue par la méthode de moindres carrés

b) représenter D

3/ a- Déterminer le prix de revente après 6 années d'utilisation

b- Déterminer après combien d'années d'utilisation le prix de revente devient inférieur ou égal à 300 dinars

Exercice n°5 : (6pts)

A) Soit $h(x) = 1 - x e^{-x}$

1/ Etudier les variations de h

2/ EN Dédire que pour tout réel x , $g(x) > 0$

B) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x + (x+1) e^{-x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

1/ a- Calculer la limite de f en $-\infty$

b- Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement ce résultat

2/ a- Calculer la limite de f en $+\infty$

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ et conclure

c- Etudier la position relative de (C) et la droite D : $y = x$

3/a- Montrer que pour tout réel x , on a : $f'(x) = h(x)$

b- dresser le tableau de variation de f

4/ Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans IR une unique solution α Et que $\alpha \in]-1, 0[$

5/ Tracer D et (C)

6/ Calculer la mesure de l'aire du domaine limité par la courbe (C) et les droites D : $y = x$; $x = 0$ et $x = 1$

Feuille à rendre

Exercice n°1 (3pts)

Cocher la réponse exacte

1/ Soit X la variable aléatoire indiquant la durée d' une machine en années

On suppose que X suit une loi exponentielle de paramètre 0.25 alors :

a- la densité de X est :

*) $e^{0.25x}$; **) $0.25 e^{-0.25x}$; ***) $0.25 e^{0.25x}$

b-la probabilité que la machine dure plus de 4 ans est :

*) $1- e^{-1}$; **) e^{-1} ; ***) $e^{-1}-1$

2/ Soit A et B deux événements indépendants tel que $p (A) = 0.6$ et $p (B) = 0.5$ alors :

a) $p(A \cap B) = \dots\dots\dots$

*) 0.3 ; **) 0.8 ; ***) 0.2

b) $p(A \cap \bar{B}) = \dots\dots\dots$

*) 0.7 ; **) 0.3 ; ***) 0.2

c) $p (\bar{A} / B) = \dots\dots\dots$

*) 0.6 ; **) 0.4 ; ***) 0.1

3/Soit F la fonction de répartition d'un aléa numérique qui suit une loi binomiale de paramètre

$n=5$ et $p = \frac{1}{3}$ est :

a) $F(4.9) = 1 - (\frac{1}{3})^5$; b) $F(4.9) = (\frac{2}{3})^5$; c) $F(4.9) = (\frac{1}{3})^5$