

REPUBLIQUE TUSIENNE MINISTRE DE L'EDUCATION DE LA FORMATION Lycée Ali Bourguiba Bembla Site : <a href="http://www.devoir.tn">www.devoir.tn</a>		<b>Mr : Chortani Atef</b>	
		<b>Examen blanc du Bac 2012</b>	
<b>SECTION :</b>	<b>SCIENCES EXPERIMENTALES</b>		
<b>EPREUVE :</b>	<b>MATHEMATIQUES</b>	DUREE : 3 h	COEFFICIENT : 3

## Exercice 1(4 points)

La durée de vie, exprimée en heures, d'une ampoule électrique, est une variable aléatoire  $T$  qui suit une loi exponentielle de paramètre 0,002.

Dans tout l'exercice, on donnera des résultats en valeur exacte, ainsi qu'une approximation à 3 chiffres significatifs.

- 1) a) Déterminer la probabilité qu'une ampoule ait une défaillance avant 500 heures .
- b) Quelle est la probabilité qu'une ampoule n'ayant pas eu de défaillance en 500 heures ait une durée de vie totale supérieure à 1300 heures?
- 2) Dans un lot de 10 ampoules, on note  $X$  le nombre d'ampoules qui n'ont pas de défaillance avant 500 heures.
  - a) Quelle est la probabilité qu'il y ait 9 ampoules sans défaillance après 500 heures ?
  - b) Quelle est la probabilité qu'au moins une ampoule fonctionne après 500 heures?
- 3) Quel est dans un lot de 100 ampoules, le nombre moyen des ampoules ont de défaillance avant 500 heures.

## Exercice 2(3 points)

Le personnel d'un très grand hôpital est réparti en trois catégories :

les médecins ( $M$ ), les soignants ( $S$ ) et les administratifs ( $A$ ).

\*12 % des personnels sont des médecins et 71 % sont des soignants.

\*67 % des médecins sont des hommes

\*92 % des soignants sont des femmes.

\* 80 % du personnel est féminin.

On donnera une valeur approchée de tous les résultats à  $10^{-4}$  près.

- 1) On interroge au hasard un membre du personnel de cet hôpital.

- a) Quelle est la probabilité d'interroger une femme soignante?  
 b) Quelle est la probabilité d'interroger une femme médecin?  
 c)\* Calculer la probabilité d'interroger une femme administrative.

\*En déduire la probabilité d'interroger une femme sachant que la personne interrogée fait partie des administratifs.

2) Tout le personnel de cet hôpital a un temps de trajet domicile-hôpital au plus égal à une heure et on suppose que la durée exacte du trajet est une variable aléatoire uniformément répartie sur  $[0 ; 1]$ .

On interroge au hasard un membre du personnel de cet hôpital.

Quelle est la probabilité pour que la personne interrogée ait une durée de trajet comprise entre 15 min et 20 min?

### Exercice 3(6 points)

1) Dans l'annexe ci-jointe (page 4). On a représenté dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  la courbe  $(C)$  de la fonction  $f$  définie sur  $\left[\frac{1}{e}, e\right]$  par  $f(x) = \ln^3 x - 3\ln x$  et les demi-tangentes à

la courbe aux points d'abscisse respectives  $\frac{1}{e}$  et  $e$

a) En utilisant le graphique

Montrer que  $f$  réalise une bijection de  $\left[\frac{1}{e}, e\right]$  sur  $[-2, 2]$  (On note  $f^{-1}$  la fonction réciproque de  $f$  et

$(C')$  sa courbe représentative de dans le repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ )

b) Tracer la courbe  $(C')$  et les demi-tangentes à aux points d'abscisses respectives  $-2$  et  $2$

2) Soit la suite  $(a_n)_{n \geq 1}$  définie par  $a_n = \int_1^e (\ln x)^n dx$

a) Calculer  $a_1$

b) Montrer à l'aide d'une intégration par partie que pour tout entier  $n \geq 1$  ;  $a_{n+1} = e - (n+1)a_n$ .

c) On déduit que  $a_3 = 6 - 2e$

3) Soit  $\mathcal{A}$  l'aire de la partie du plan limitée par la courbe  $(C')$  et les droites d'équation  $x = -2$  et  $x = 0$  et l'axe des abscisses.

a) Calculer  $\int_1^e f(x) dx$

b) En déduire  $\mathcal{A}$

## Exercice 4(3points)

1) Résoudre l'équation différentielle (E) :  $4y'' + 9y = 0$ .

2) On désigne par  $f$  la solution particulière de l'équation différentielle (E) dont la représentation graphique admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point A  $\left(\frac{\pi}{6}; 2\right)$

a) Déterminer une expression de  $f(x)$

b) Montrer que, pour tout nombre réel  $x$  ;  $f(x) = 2\cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

## Exercice 5(4 points)

Le tableau suivant donne la population d'une ville nouvelle entre les années 1980 et 2010.

Année	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
Rang de l'année $x$	0	5	10	15	20	25	30
Population en milliers habitants $y$	18	21	25	30	36	42	50

1)a) Calculer la moyenne  $\bar{X}$  et l'écart-type  $\sigma_X$  de la variable  $X$ .

b) Calculer la moyenne  $\bar{Y}$  et l'écart-type  $\sigma_Y$  de la variable  $Y$ .

c) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série double  $(X, Y)$ .

2)a) Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de  $y$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au millième.).

b) Dédire de cet ajustement une estimation de la population en 2008, à un millier près.

3) L'allure du nuage de la série double  $(X, Y)$  incite à chercher un ajustement par une fonction  $f$  définie sur  $[0; +\infty[$  solution de l'équation différentielle  $y' = 0,039y$  tels que  $f(0) = 18$

a) Montrer que  $f(x) = 18e^{0,039x}$ .

b) Dédire de cet ajustement une estimation de la population en 2008, à un millier près.

c) La population en 2008 était de 55 milliers. Lequel des deux ajustements vous semble le plus pertinent? Justifier votre choix.

d) Calculer la valeur moyenne de la fonction  $f$  sur  $[0; 30]$ ; on donnera le résultat arrondi au dixième.

e) Déterminer l'année au cours de laquelle la population atteint cette valeur moyenne?

Annexe à rendre avec la copie

Nom.....Prénom.....

