

Exercice 1 : (3points)

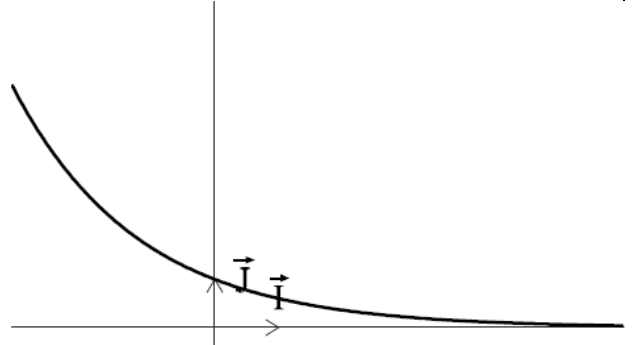
Choisir la réponse juste

1./ Dans la figure ci-contre, Γ est la courbe d'une fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = a^x$. alors

a = 0,6

a = 1,6

a = 2,6



$$2./ \int_0^1 2^{(2x)} dx = \frac{6}{\ln(2)} \frac{3}{\ln(4)} \frac{3}{\ln(2)}$$

3./ L'ensemble des solutions de l'équation différentielle : $y' + 2y = 1$ est :

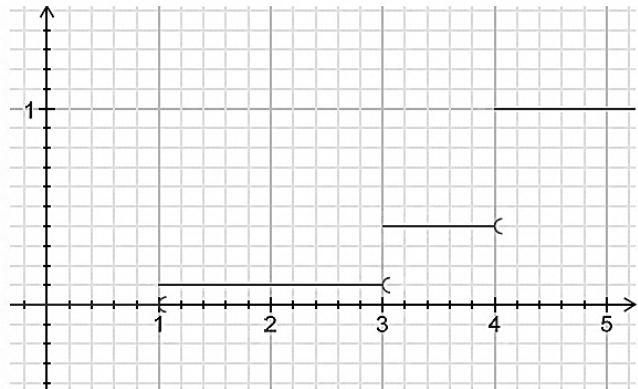
$$f(x) = ke^{-x} - \frac{1}{2} \quad F(x) = ke^{2x} - 1 \quad F(x) = ke^{-2x} + \frac{1}{2}$$

4./ La courbe ci-contre est celle de la fonction de répartition d'une variable aléatoire X alors :

$$p(X=3) = \frac{1}{10}$$

$$p(X=3) = \frac{3}{10}$$

$$p(X=3) = \frac{1}{2}$$



5./ La durée de vie d'un appareil électronique, exprimée en année, jusqu'à ce que survienne la première panne, est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre > 0 .

i) La valeur de t pour laquelle on a : $P(X \leq t) = P(X > t)$ est :

$$t = \frac{\ln(2)}{\lambda} \quad t = \frac{\lambda}{\ln(2)} \quad t = \frac{\lambda}{2}$$

ii) D'après une statistique, la probabilité que l'appareil tombe en panne avant la fin de la première année est

0,18. La valeur exacte de λ est alors :

$$\lambda = \ln\left(\frac{50}{41}\right)$$

$$\lambda = \ln\left(\frac{41}{50}\right)$$

$$\lambda = \frac{\ln(82)}{\ln(100)}$$



Exercice 2: (6points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \sqrt{4 + e^{-x}}$

On désigne par C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1.a. Montrer que f est une bijection de \mathbb{R} sur $]2; +\infty[$.

b. Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in]2; +\infty[$

c. Tracer C .

d. Calculer le volume du solide engendré par la rotation autour de l'axe (O, \vec{i}) de la surface délimitée dans le plan par l'axe (O, \vec{j}) , la droite d'équation $x = 1$ et la courbe C .

2. Pour tout $x \in]2; +\infty[$, on pose $g(x) = \int_0^{-\ln(x^2-4)} \sqrt{4 + e^{-t}} dt$

a. Montrer que g est dérivable sur $]2; +\infty[$ et que pour tout $x \in]2; +\infty[$, $g'(x) = \frac{2}{x+2} - \frac{2}{x-2} - 2$

b. En déduire $g(x)$ pour tout $x \in]2; +\infty[$

c. Calculer alors l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C et les droites d'équations $x = 0$, $x = 1$ et $y = 0$

Exercice 3: (4,5points)

une machine est achetée à 3000 dinars. le prix de revente y , exprimé en dinars, est donné en fonction du nombre x d'années d'utilisation par le tableau suivant :

Nombres d'années d'utilisation : x_i	0	1	2	3	4	5
Prix de revente en dinars : y_i	3000	2400	1920	1536	1229	893

A. / 1. Représenter le nuage de points associés à la série statistique $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal du plan.

Les unités : 2cm pour une année sur l'axe des abscisses

1cm pour 200 dinars sur l'axe des ordonnées.

2./a. Donner une équation de la droite de régression D de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

b. Représenter la droite D dans le repère précédent.

3./a. Déterminer le prix de revente après 6 années d'utilisation.

b. Déterminer après combien d'années d'utilisation le prix de revente devient inférieur ou égal à 300 dinars.

B. / On pose $z = \ln(y)$ et on admet qu'une équation de la droite de régression de z en x est donnée par :

$$z = -0,22x + 8,01$$

1./ Déterminer une expression de y en fonction de x de la forme $y = A^x \times B$ ou A est un réel arrondi au centième près et B est un réel arrondi à l'unité

2./ On admet que $y = 3011 \times (0,8)^x$

a. Déterminer le prix de revente après 6 années d'utilisation

b. Déterminer après combien d'années d'utilisation le prix de revente devient inférieur ou égal à 500 dinars.

C. / Après 6 années d'utilisation, le prix de revente d'une machine est 780 dinars.

Des deux ajustements précédents, quel est celui qui semble le mieux estimer le prix de revente après 6 années d'utilisation ? Expliquer.

Exercice 4 : (4,5 points)

Un site internet propose des jeux en ligne.

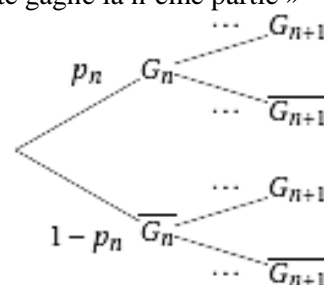
partie I : Pour un premier jeu :

- si l'internaute gagne une partie, la probabilité qu'il gagne la partie suivante est égale à $\frac{2}{5}$
- si l'internaute perd une partie, la probabilité qu'il perde la partie suivante est égale à $\frac{4}{5}$

Pour tout entier naturel non nul, on désigne par G_n l'évènement : « l'internaute gagne la n-ème partie » et on note p_n la probabilité de l'évènement G_n . ($p(G_n) = p_n$)

L'internaute gagne toujours la première partie et donc $p_1 = 1$

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



2. Montrer que, pour tout entier naturel non nul, $p_{n+1} = \frac{1}{5}p_n + \frac{1}{5}$

3. Pour tout n entier naturel non nul, on pose $U_n = p_n - \frac{1}{4}$

a. Montrer que (U_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{5}$ et de premier terme U_1 à préciser

b. Montrer que pour tout n entier naturel non nul : $p_n = \frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} + \frac{1}{4}$

c. Déterminer la limite de p_n .

Partie II : Dans un second jeu

Le joueur doit effectuer **10** parties. On suppose que toutes les parties sont indépendantes.

La probabilité de gagner chaque partie est égale à $\frac{1}{4}$.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de parties gagnées par le joueur.

1. a. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ?

b. Quelle est la probabilité que le joueur gagne au moins une partie

c. Déterminer l'espérance de X.

2. Le joueur doit payer **30** dinars pour jouer les **10** parties. Chaque partie gagnée lui rapporte 8 dinars.

Expliquer pourquoi ce jeu est désavantageux pour le joueur.

Exercice 5 : (3 points)

On considère l'équation différentielle : (A) : $y' = -10y + 60$ où désigne une fonction dérivable sur IR.

1. a. Résoudre l'équation (A)

b. Vérifier que la solution f de l'équation différentielle (A) telle que $f(0) = 0$ est : $f : x \mapsto \frac{3}{5}(1 - e^{-10x})$

2. Aux bornes d'une bobine de résistance R (exprimé en ohms) et d'inductance L (exprimée en henrys), on branche, à l'instant $t = 0$, un générateur de force électromotrice E (exprimée en volts).

L'unité de temps est la seconde.

L'intensité du courant dans le circuit (exprimé en ampères) est une fonction dérivable du temps, notée i . A l'instant $t=0$ l'intensité est nulle.

Au cours de l'établissement du courant, la fonction i est solution de l'équation différentielle :

$$L i' + R i = E$$

Dans toute la suite, on prend $R = 5$, $L = \frac{1}{2}$, $E = 3$

a. Déduire des questions précédentes l'expression de $i(t)$ pour $t \geq 0$.

b. Déterminer $\lim_{t \rightarrow +\infty} i(t)$.

Vers la victoire finale