



**Exercice n°1 (3points) :**

Répondre par **Vrai** ou **Faux** en justifiant la réponse

1. Si  $F(x) = \int_0^{\ln x} te^t dt$  alors  $F'(x) = x \ln x$  pour tout  $x > 0$

2.  $\int_{-1}^1 \frac{x^3}{1+x^2} dx = 2$

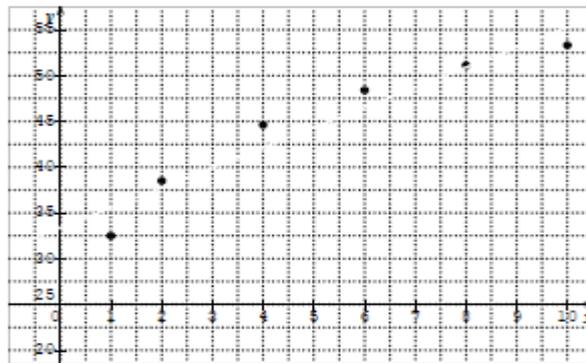
3.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 1$

**Exercice n°2 (4points) :**

Pour des raisons pratiques, la production mensuelle du groupe chimique de l'un des produits qu'il commercialise ne doit pas excéder 10 tonnes. Le groupe a relevé le coût total de production mensuelle en milles de dinars, noté  $y$  en fonction de la production  $x$  en tonnes. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

x	1	2	4	6	8	10
y	32.5	38.5	44.6	48.4	51.1	53.3

1. On a représenté ci contre le nuage de points de la série (X , Y).



Indiquer si ce nuage justifie la recherche d'un ajustement affine entre X et Y

2. a) Calculer la moyenne  $\bar{X}$  et l'écart type  $\sigma_X$  de la variable X
- b) Calculer la moyenne  $\bar{Y}$  et l'écart type  $\sigma_Y$  de la variable Y.
- c) Calculer le coefficient de corrélation de X et Y et interpréter le résultat

3. On pose  $z = e^{0.1y}$

1. Compléter le tableau suivant après l'avoir recopié sur votre copie:

x	1	2	4	6	8	10
z	25.79	46.99				

b) Déterminer une équation de la droite de régression de Z en X.

c) Expliquer pourquoi cet ajustement semble justifié.

d) Estimer le coût correspondant à une production de 7 tonnes.

**Exercice n°3 (5points) :**

Un responsable de magasin achète des composants électroniques auprès de deux fournisseurs dans les proportions suivantes :

25 % au premier fournisseur et 75 % au second.

La proportion de composants défectueux est de 3 % chez le premier fournisseur et de 2 % chez le second.

On note :

- $D$  l'évènement « le composant est défectueux » ;
- $F_1$  l'évènement « le composant provient du premier fournisseur » ;
- $F_2$  l'évènement « le composant provient du second fournisseur ».

1. a) Dessiner un arbre pondéré.

b) Calculer  $p(D \cap F_1)$ , puis démontrer que  $p(D) = 0,0225$ .

c) Sachant qu'un composant est défectueux, quelle est la probabilité qu'il provienne du premier fournisseur ?

Dans toute la suite de l'exercice, on donnera une valeur approchée des résultats à  $10^{-3}$  près.

2. Le responsable commande 20 composants. Quelle est la probabilité qu'au moins deux d'entre eux soient défectueux ?

3. La durée de vie de l'un de ces composants est une variable aléatoire notée  $X$  qui suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ ,

a) Sachant que  $p(X > 5) = 0,325$ , déterminer  $\lambda$ .

Pour les questions suivantes, on prendra  $\lambda = 0,225$ .

b) Quelle est la probabilité qu'un composant dure moins de 8 ans ?

c) Quelle est la probabilité qu'un composant dure plus de 8 ans sachant qu'il a déjà duré plus de 3 ans ?

**Exercice n°4 (5points) :**

A/ on considère l'équation différentielle (E) :  $y' - \frac{1}{2}y = -e^{\frac{x}{2}}$

1. Soit  $g(x) = -xe^{\frac{x}{2}}$ , vérifier que  $g$  est une solution de (E)

2. Déterminer les solutions de l'équation différentielle ( $E_0$ ) :  $y' - \frac{1}{2}y = 0$

3. a) Montrer qu'une fonction  $f$  est une solution de (E) si et seulement si  $(f - g)$  est une solution de ( $E_0$ )

b) En déduire les solutions de (E), puis déterminer la solution  $f$  qui vérifie  $f(0) = 1$

B/ Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (1 - x)e^{\frac{x}{2}}$  et ( $C_f$ ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé

1. a) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  et interpréter graphiquement le résultat

b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ . Interpréter graphiquement le résultat

2. a) Montrer que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f'(x) = -\frac{1}{2}(x + 1)e^{\frac{x}{2}}$

- b) Dresser le tableau de variation de  $f$   
 c) Tracer  $(C_f)$
3. a) Soit  $\alpha \leq 0$ , calculer à l'aide d'une intégration par partie  $A(\alpha)$  : l'aire de la partie du plan limitée par la courbe  $(C_f)$  l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives  $x = \alpha$  et  $x = 1$   
 b) Calculer  $\lim_{\alpha \rightarrow -\infty} A(\alpha)$

**Exercice n°5 (3points) :**

On considère la suite  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $U_n = 2 \int_0^1 \frac{x^{2n+1}}{1+x^2} dx$

1. a) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  ;  $U_n \geq 0$   
 b) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  ;  $U_{n+1} + U_n = \frac{1}{n+1}$
2. Calculer  $U_0$ ,  $U_1$  et  $U_2$
3. Montrer que  $(U_n)$  est décroissante
4. En déduire que  $(U_n)$  est convergente et déterminer sa limite

