Lycée :boumerdes An SC 2013/2014		Mrs : Braiek kHALIFA DEVOIR de Synthèse N°03	
SECTION :	SCIENCES EXPERIMENTALES		
EPREUVE :	MATHEMATIQUES	DUREE : 3h	COEFFICIENT : 3

Le sujet comporte cinq exercices à traiter

Exercice n ° : 1 : (2points)

Choisir la réponse exacte . (la justification n' est pas demandée)

1) $\lim\limits_{x\to 0^+} e^{\frac{\ln x}{x}}$ égal à: a) 0 b) 1 c) $+\infty$

2) On donne $f(x) = x\,e^x$. La fonction f est une solution de l'équation différentielle :

a) $y' - y = 0$ b) $y' - y = x$ c) $y' - y = e^x$

3) Soit $f(x) = \sqrt{e^x - 1}$. Le volume du solide de révolution définie par la rotation de l'arc de la courbe de f associé à [0,1] autour de l'axe des abscisses égal à :

a) π (e -2) b) π (e-1) c) π

4) Soit X un aléa numérique qui suit une loi binomiale de paramètres (10, (0.6)) alors la probabilité de $p(X \geq 1)$ égal à :

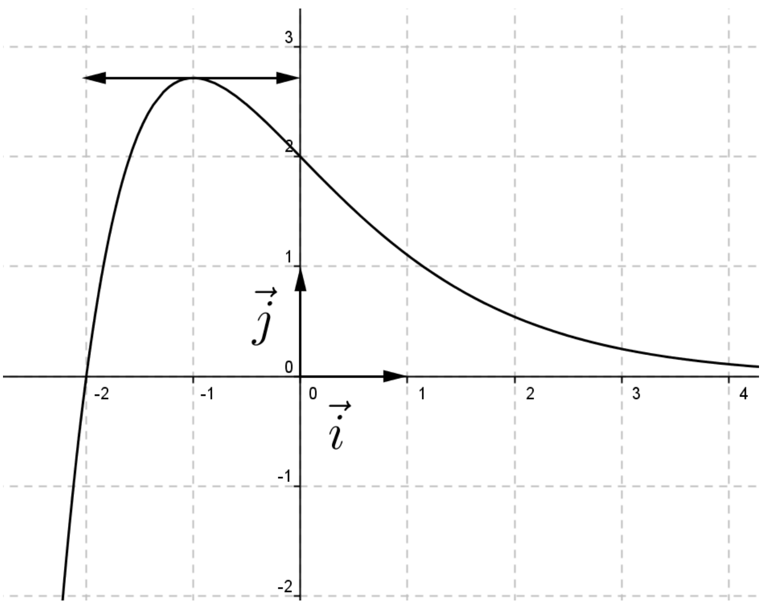
a) 0.006 b) 0.0007 c) 0.999

Exercice n ° : 2 (5points)

On a représenté ci-dessous dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe (C) d'une fonction f solution de l'équation différentielle (E): $y' + y = e^{-x}$ et sa tangente au point d'abscisse (-1)

-La courbe(C) admet une branche parabolique de direction $(O,\vec{j})$ au voisinage de $-\infty$

-L'axes des abscisses est une asymptote à la courbe (C)



1) Par lecture graphique déterminer

a) $f(0)$ et $f'(-1)$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$

2) a)Montrer que $f'(0) = -1$

b) En déduire une équation de la tangente à (C) point d'abscisse 0

3) a)Montrer que $f(-1) = e$

b) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$

4)a)Montrer que la fonction $u(x) = xe^{-x}$ est une solution de(E).

b) Résoudre l'équation différentielle (E_0): $y' + y = 0$

c)Montrer qu'une fonction g dérivable sur IR est solution de (E) si et seulement si $g - u$ est solution de(E_0). En déduire toutes les solutions de(E).

d) Déterminer alors la fonction f

Exercice n °:3 (6points)

Partie A

Soit φ la fonction définie sur ℝ par $\varphi(x) = e^x + x + 1$.

1) Etudier le sens de variation de φ

2) Montrer que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet dans ℝ une solution unique $\alpha \in [-1,28 ; -1,27]$

3) Etudier le signe de $\varphi(x)$ sur ℝ.

Partie B

Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = \dfrac{xe^x}{e^x + 1}$ et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité graphique 1 cm pour l'axe des abscisses et 2 cm pour l'axe des ordonnées).

1)a)Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. Interpréter le résultat

b)Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

c)Montrer que $f(\alpha) = \alpha + 1$ et en déduire un encadrement de $f(\alpha)$

2)a)Montrer que pour tout réel x , $f'(x) = \dfrac{e^x\ \varphi(x)}{(e^x + 1)^2}$

b)En déduire le tableau de variation de f.

3) a)Donner une équation de la tangente T à (C) au point d'abscisse 0

b) Etudier la position de (C) par rapport à T.

4) Démontrer que la droite D d'équation $y = x$ est asymptote à(C) et étudier la position de (C) par rapport à D.

5) Tracer sur un même graphique les droites T, D et la courbe (C).

Exercice n °:4 : (4points)

La durée de vie d'un robot, exprimée en années, jusqu'à ce que survienne la première panne est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre λ, avec $\lambda > 0$.

1) Déterminer λ, arrondi à 10^{-1} près, pour que la probabilité : $P(X > 6) = 0,3$.

Pour la suite de l'exercice, on prendra $\lambda = 0,2$.

2) À quel instant t, à un mois près, la probabilité qu'un robot tombe en panne pour la première fois est-elle de 0,5 ?

3) Calculer la probabilité qu'un robot n'ait pas eu de panne au cours des deux premières années.

4) Sachant qu'un robot n'a pas eu de panne au cours des deux premières années, quelle est, à 10^{-2} près, la probabilité qu'il soit encore en état de marche au bout de six ans ?

5) On considère un lot de 10 robots fonctionnant de manière indépendante.

a)Déterminer la probabilité que, dans ce lot, il y ait au moins un robot qui n'ait pas eu de panne au cours des deux premières années.

b) Déterminer la probabilité que, dans ce lot, il y ait au plus deux robots qui n'ont pas eux de panne au cours des deux premières années.

Exercice n° :5 : (4 points)

La consommation Y d'une voiture en fonction de sa vitesse moyenne X est donner par le tableau suivant :

Vitesse X (km/h)	80	90	100	110	120
Y (litre/100km)	4	4 ,8	6,3	8	10

1)a) Représenter le nuage des points de la série (X, Y).

b) Calculer le cœfficient de corrélation linéaire entre X et Y. Un ajustement affine est il justifier?

1) On propose d'essayer un ajustement exponentiel. On pose Z=ln(Y). (le calcul est donnée à l'arrondi Au centiéme)

a) Calculer le coefficient de corrélation entre X et Z.

b) Donner une équation de la droite de régression de Z en X en utilisant la méthode des moindres carrés

c) Déterminer les réels A et B tel que y = Ae^{Bx}.

d) Donner la consommation a une vitesse de 130 km/h.

e) Quel est l'ajustement le plus justifié ?