

**Exercice n°1 : ( 3 points)**

Choisir la bonne réponse et sans justification

- 1) La solution  $f$  de l'équation différentielle :  $y' = y-1$  et vérifiant  $f(0) = 2$  est :
- a)  $f(x) = 2e^x$       b)  $f(x) = e^x + 1$       c)  $f(x) = 2e^{-x}$
- 2)  $X$  est un aléas numérique qui suit une loi continue sur  $[0,10]$  alors  $P(X \geq 4)$  égal
- a)  $\frac{3}{5}$       b)  $\frac{2}{5}$       c)  $\frac{1}{5}$
- 3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \ln x}{x+1}$  égal
- a)  $-\infty$       b)  $0$       c)  $+\infty$

**Exercice n°2 : ( 5 points)**

Dans le tableau statistique donne le nombre des élèves d'un lycée entre 2002 et 2010 .  
 $X$  désigne le rang de l'année et  $Y$  désigne le nombre des élèves.

année	2002	2004	2006	2008	2010
Rang $x_i$	1	2	3	4	5
Nombre d'élèves $y_i$	680	730	795	846	950

**(Dans tout l'exercice les valeurs sont prises à  $10^{-2}$  près).**

- 1) a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre  $X$  et  $Y$ .  
Un ajustement affine est justifié ?  
b) Déterminer une équation de la droite de régression de  $Y$  en  $X$ .  
c) Déterminer le nombre des élèves en 2014.
- 2) On pose  $Z = \ln Y$
- a) Déterminer une équation de la droite de régression de  $Z$  en  $X$ .  
b) Déduire une écriture de  $Y$  sous la forme :  $Y = a e^{bx}$   
c) Déterminer le nombre des élèves en 2014 avec le deuxième ajustement.  
d) Quel est parmi les deux ajustements qui semble le plus justifié ? justifier votre réponse.

**Exercice n°3 : ( 5 points)**

Un magasin vend des portables de deux types Nokia et Samsung.

Dans le stock du magasin il y on a 40% du type Nokia.

\*Parmi les portables Nokia 80% sont avec tactile

\*Parmi le portable Samsung 90% sont avec tactile ;

On note les événements suivants :  $N$  « portable Nokia » et par  $T$  « portable avec tactile ».

Un client achète un portable.

- 1) Modalisé les données de l'exercice avec un arbre de probabilité.  
2) Calculer la probabilité de ces événements ;  
a) Le client achète un portable Nokia et avec tactile.  
b) le client achète un portable avec tactile.  
c) le client achète un portable Samsung et sans tactile.  
3) Sachant que le portable et avec tactile, quelle est la probabilité qu'il soit samsung.  
4) Cinq clients entrent dans le magasin. Chacun choisie un portable indépendamment des autres.  
Quelle la probabilité qu'au moins deux entre eux choisies des portables Nokia et avec tactile.

- 5) La durée de vie d'un portable en année suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda = 0,01$
- Quelle la probabilité qu'un portable ait une durée de vie plus que 2 ans.
  - Quelle la probabilité qu'un portable tombe en panne en moins de 36 mois.
  - Un portable est en marche depuis 3 ans, quelle est la probabilité qu'il tombe en panne avant 5 ans ?

**Exercice n°4 : (7 points)**

Soit le fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 e^{-x}$ . Ci-dessous on a représenté la courbe de la fonction  $f'$  fonction dérivée de  $f$  qui admet deux tangentes horizontales aux points A et B et l'axe des abscisses comme asymptote horizontale au voisinage de  $+\infty$ .

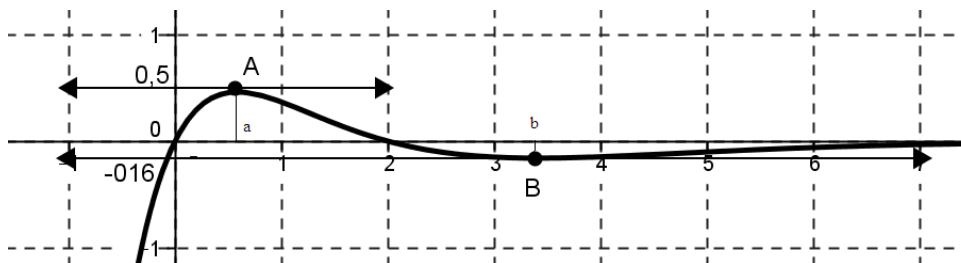
- Montrer que  $f'(x) = (2x - x^2) e^{-x}$  puis dresser graphiquement son tableau de signe.
  - Dresser le tableau de variation de  $f$ .
  - Tracer la courbe  $C_f$  de  $f$  dans un repère orthonormé (**unité 2cm**).
- Vérifier que :  $f(x) = -f'(x) + 2xe^{-x}$
  - Par une intégration par partie, calculer  $\int_0^2 xe^{-x} dx$
  - Calculer en unité d'aire, l'aire A de la partie du plan limitée par  $C_f$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x=0$  et  $x=2$ .
- Soit  $g$  la restriction de  $f$  sur  $[0,2]$ .

  - Montrer que  $g$  est bijective de  $[0,2]$  sur un intervalle  $J$  que l'on déterminera.
  - Tracer dans le même repère la courbe  $C_{g^{-1}}$  de  $g^{-1}$ .
  - Calculer en unité d'aire, l'aire B de la partie du plan limitée par  $C_f$ ,  $C_{g^{-1}}$  et les droites d'équations  $y=2$ ,  $x=0$  et  $x=2$

- Soit  $U$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

  - Déterminer graphiquement l'image de  $[0,+\infty[$  par  $f'$  puis déduire que si  $x \geq 0$  alors  $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$ .
  - Vérifier que pour  $U_n \geq 0$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .
  - Monter que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ :  $U_{n+1} \leq \frac{1}{2}U_n$  et que  $U_n \leq (\frac{1}{2})^n$
  - Déduire la limite de  $U$ .

**Courbe de f'**



(Deux tangentes horizontales en  $A(a ; (0,5))$  et  $B(b ; (-0,16))$ )

**Bon travail**