Exercice 1

Choisir la seule réponse exacte

1) Une variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramétres 3 et $p \in]0,1[$.

F est la fonction de répartition de X . $F\left(\sqrt{2}\right)$ vaut:

a/ $C_3^1 p^2 \left(1-p\right)$. b/ $(1\text{-}p)^2(1+2p)$. c/ $1\text{-}\,p^3$.

2) F est la fonction de répartition d'une variable aléatoire Y qui suit la loi uniforme sur [3,13]. $F(5)$ vaut:

a/ 0 . b/ $0{,}1$. c/ $0{,}2$.

3) La durée de vie T en années d'un engin suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}2$.
Cet engin n'a subi aucune panne au cours des 2 premières années.
La probabilité qu'aucune panne ne survienne avant 5 années est :

a/ e^{-1} . b/ $e^{-0{,}4}$. c/ $e^{-0{,}6}$.

4) La distribution de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée ci-contre.
$a \in \mathbb{R}$. L'espérance mathématique est $E\left(X\right)=1{,}2$ .Alors la variance de X est:

x_i	-1	1	2
p_i	0,2	a	0,3

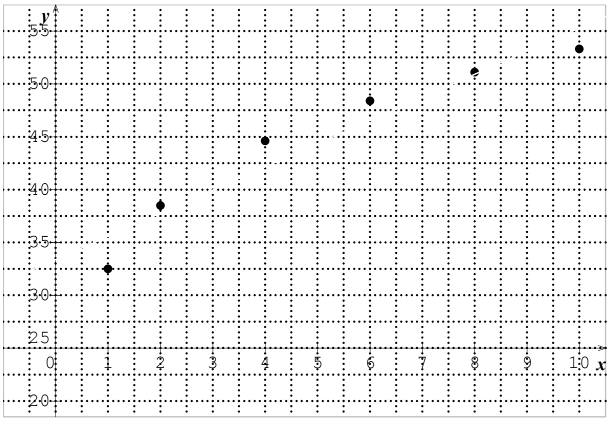
a/ $V\left(X\right)=0{,}16$. b/ $V\left(X\right)=0{,}76$. c/ $V\left(X\right)=1{,}6$.

Exercice 2

Pour des raisons pratiques, la production mensuelle du groupe chimique de l'un des produits qu'il commercialise ne doit pas excéder 10 tonnes. Le groupe a relevé le coût total de production mensuelle en milliers de dinars, noté y en fonction de la production x en tonnes.
Les résultats sont donnés dans le tableau ci-contre.

x	1	2	4	6	8	10
y	32.5	38.5	44.6	48.4	51.1	53.3

1) On a représenté ci -dessous le nuage de points de la série (X, Y). Indiquer si ce nuage justifie la recherche d'un ajustement affine entre X et Y.



2) **a)** Calculer la moyenne $\overline{X}$ et l'écart type σ_X de la variable X.

b) Calculer la moyenne $\overline{Y}$ et l'écart type σ_Y de la variable Y.

3) On pose $z = e^{0{,}1y}$.

a) Recopier et compléter le tableau suivant :

x	1	2	4	6	8	10
z	25.79	46.99				

b) Calculer le coefficient de corrélation $r\left(x,z\right)$.

Expliquer pourquoi un ajustement affine est justifié.

c) Déterminer une équation de la droite de régression de Z en X.

d) Exprimer y en fonction x. **e)** Estimer le coût correspondant à une production de 7 tonnes.

Exercice 3 (*bac tech ctrl* 2013)

1) Soit la fonction f définie sur $\left[0,+\infty\right[$ par $f\left(x\right)=x.e^{1-x}$.

a) Montrer que pour tout $x \geq 1$; $f\left(x\right) \leq x$ et que pur tout $0 \leq x \leq 1$; $f\left(x\right) \geq x$.

b) Vérifier que pour tout $x \in \left[0,+\infty\right[$, $f'\left(x\right)=\left(1-x\right)e^{1-x}$.

c) Dresser le tableau de variation de f sur $\left[0,+\infty\right[$.

2) Soit la suite $\left(u_n\right)$ définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et $u_{n+1} = f\left(u_n\right)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

a) Montrer que pour tout entier naturel; $0 \leq u_n \leq 1$.

b) Montrer que la suite (u_n) est croissante.

c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}.\ln x & \text{si } x>0\\ 0 & \text{si } x=0\end{cases}$.

Sa courbe dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ est notée *C*. L'unité graphique est 2cm.

1) a) Montrer que f est continue à droite en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et interpréter graphiquement le résultat.

c) Préciser la nature de la branche infinie de *C* en $+\infty$.

2) a) Montrer que $\forall x>0$, $f'(x)=\dfrac{\ln x+2}{2\sqrt{x}}$.

b) Dresser le tableau de variation de f sur $[0,+\infty[$.

3) a) Montrer que la tangente *T* à la courbe *C* au point $A(1,0)$ est d'équation $y=x-1$.

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)-1$	$-$	0	$-$

b) Utiliser le tableau ci-contre pour étudier la position relative de *C* et *T*.

c) Tracer la courbe *C*, sa tangente horizontale, sa demi-tangente au point *O*(0,0) et la tangente *T*.

4) Utiliser une intégration par parties pour calculer l'aire en cm^2 du domaine plan D limité par la courbe C, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=e^{-2}$ et $x=1$. ($x\mapsto\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}$ est une primitive de $x\mapsto\sqrt{x}$)

5) a) Montrer que $\displaystyle\int_{e^{-2}}^{1}x.\ln x.dx=\frac{5e^{-4}-1}{4}$.

b) Calculer alors le volume *V* du solide de révolution engendré par la rotation de *D* autour de l'axe $(O,\vec{i})$.

Exercice 5

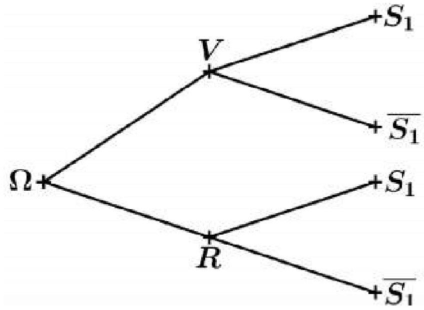
Une urne contient trois dés équilibrés. Deux d'entre eux sont verts et possèdent six faces numérotées de 1 à 6. Le troisième est rouge et possède deux faces numérotées 1 et quatre faces numérotées 6.

On prend au hasard un dé dans l'urne et on le lance. On note :

- *V* l'évènement : « le dé tiré est vert ».
- *R* l'évènement : « le dé tiré est rouge ».
- S_1 l'évènement : « on obtient 6 au lancer du dé ».

1) On tire au hasard un dé et on effectue un lancer de celui-ci.

a) Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre:



b) Calculer la probabilité $p(S_1)$.

2) On tire au hasard un dé de l'urne. On lance ensuite ce dé *n* fois de suite.

On note S_n l'évènement : « on obtient 6 à chacun des *n* lancers ».

a) Démontrer que : $p(S_n)=\dfrac{2}{3}\times\left(\dfrac{1}{6}\right)^n+\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$.

b) Pour tout entier naturel *n* non nul, on note p_n la probabilité d'avoir tiré le dé rouge, sachant qu'on a obtenu le numéro 6 à chacun des *n* lancers.

Démontrer que : $p_n=\dfrac{1}{2.(1/4)^n+1}$.

c) Déterminer le plus petit entier n_0 tel que $p_n\geq 0{,}999$; pour tout $n\geq n_0$.